



ФГБОУ ВО
«Донецкий государственный университет»

Математика в профессиональной деятельности

**Материалы
VI Международной
студенческой
научно-практической
конференции**

Донецк 2024

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

**НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР ДонГУ»**

Математика в профессиональной деятельности

Материалы
VI Международной студенческой
научно-практической конференции

(15 мая 2024 г.)



Донецк, 2024

ББКВ1я431+Ч21в641я431
УДК 51-7(082)

*Рекомендовано к печати Ученым советом
ФБГОУ ВО «Донецкий государственный университет»
протокол № 12 от 05.11.2024*

М34

Математика в профессиональной деятельности : материалы VI Международной студенческой научно-практической конференции (г. Донецк, 15 мая 2024 г.) / [редкол. Е.Г. Евсеева и др.]. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – 218 с.

Редакционная коллегия:

Е.Г. Евсеева, Ю.Ю. Коняева, Л.А. Гладкова, Е.В. Тимошенко,
Ю.В. Абраменкова, А.В. Панченко

В сборник включены тезисы докладов VI Международной студенческой научно-практической конференции «Математика в профессиональной деятельности», работа которой проходила по секциям:

1. Приложения математики в физике и технике.
2. Экономико-математическое моделирование.
3. Математические методы в химии, биологии и медицине.
4. Информационные технологии в обучении математике.
5. Математика в гуманитарных профессиях.

Конференция проводилась в ФБГОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

ББКВ1я431+Ч21в641я431
УДК 51-7(082)

©Коллектив авторов, 2024
©Донецкий государственный
университет (ДонГУ), 2024
©Азово-Черноморский
математический центр, 2024

УВАЖАЕМЫЕ УЧАСТНИКИ КОНФЕРЕНЦИИ!

В 2024 году студенческая научно-практическая конференция «Математика в профессиональной деятельности» проводилась уже в 6-й раз, но в первый раз в статусе международной конференции, в связи с чем в оргкомитет конференции были включены учёные из Беларуси, Таджикистана, Болгарии.

Целью конференции является консолидация работы образовательных организаций на всех уровнях образования с целью обеспечения преемственности профессионально-ориентированного обучения математике; содействия развитию творческой активности и популяризации научных исследований, посвященных использованию математики в различных сферах профессиональной деятельности, привлечение школьников и студентов к научной деятельности, приобретение ими исследовательских навыков.

Основные задачи конференции: обмен опытом и обсуждение студентами различных учебных заведений проблем приложений математики в их будущей профессиональной деятельности; развитие у обучающихся навыков научно-исследовательской и проектной деятельности; привлечение школьников к выбору будущей профессии через исследование вопроса об использовании математики в профессиональной деятельности различных специалистов.

Доклады, представленные в первых трех секциях сборника, посвящены применению математических моделей и методов в профессиональной деятельности специалистов различных направлений: физиков, инженеров, экономистов, биологов, химиков, медиков. Рассматриваемые в них задачи могут быть использованы и учителем математики для совершенствования математической подготовки обучающихся, создания у них высокой мотивации к обучению.

Профессиональной деятельности учителя математики посвящены и практически все доклады 4-й секции «Информационные технологии в обучении математике» и 5-й секции «Математика в гуманитарных профессиях». В работах этих секций приводятся разработки студентов – будущих учителей математики, которые могут быть использованы для организации обучения в условиях цифровизации математического образования.

Желаем участникам конференции успеха в учебе и в их будущей профессиональной деятельности.

Предложения по работе конференции присылайте по адресу:
e.evseeva.dongu@mail.ru

От имени оргкомитета конференции
доктор педагогических наук, профессор
Евсеева Елена Геннадиевна

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ Белый Александр Владимирович	кандидат химических наук, доцент, проректор ФГБОУ ВО «ДонГУ»
СОПРЕДСЕДАТЕЛЬ Моисеенко Игорь Алексеевич	доктор физико-математических наук, доцент, декан факультета математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «ДонГУ»
ЧЛЕНЫ ОРГКОМИТЕТА	
Евсеева Елена Геннадиевна	доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики, ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Пирютко Ольга Николаевна	кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики и методики преподавания математики УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», Минск, Республика Беларусь
Караиванова Мария Асенова	кандидат педагогических наук, кафедра музыкальной акустики и специальной педагогики, Академия музыкальных, танцевальных и изящных искусств им. проф. Асен Диамандиев, г. Пловдив, Болгария
Назаров Ахтам Пулатович	кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры информационных и коммуникационных технологий, Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни, г. Душанбе, Таджикистан
Кривко Яна Петровна	доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «ЛГПУ», г. Луганск, Россия
Тимошенко Елена Викторовна	кандидат педагогических наук, доцент кафедры биофизики ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Абраменкова Юлия Владимировна	кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Гладкова Людмила Анатольевна	кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математики и математических методов в экономике ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Коняева Юлия Юрьевна	аспирант кафедры высшей математики и методики преподавания математики, старший преподаватель кафедры математической физики ФГБОУ ВО «ДонГУ»
СЕКРЕТАРЬ Панченко Анна Витальевна	учитель математики ГБОУ «Гимназия им. Г.Т. Берегового Г.О. Енакиево», соискатель кафедры высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «ДонГУ»

СЕКЦИЯ 1

Приложения математики в физике и технике

Руководитель: Коняева Юлия Юрьевна,
старший преподаватель кафедры математической физики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Пашковский Артем

студент 2 курса Физико-технического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

2-е место

Медведев Ярослав

студент 1 курса Физико-технического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

3-е место

Марченко Данил

студент 1 курса Физико-технического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Коростелева Алина

1 курс, Факультет металлургического
и машиностроительного производства,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

e-mail: alkorosteleva@mail.ru

Руководитель: Горбатова Людмила Александровна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»
г. Алчевск, Россия

e-mail: gorbatova_la@mail.ru

**РАЗЛИЧНЫЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В
МЕТАЛЛУРГИИ**

Металлургия – это одна из старейших отраслей промышленности, которая занимается производством и обработкой металлических материалов. По многим причинам важное значение в металлургии имеет математика.

Сегодня, в условиях стремительного развития технологий и повышенных требований к качеству продукции, в металлургии активно применяются математические методы и математическое моделирование. Использование математики в металлургии позволяет оптимизировать производственные процессы, повысить качество продукции, сократить издержки и улучшить конкурентоспособность предприятий. Рассмотрим различные аспекты применения математики в металлургии: математическое моделирование процессов плавки и литья металлов, моделирование процессов термической обработки и обработки поверхности металлов, оптимизацию технологических процессов, прогнозирование свойств металлических сплавов и дефектов в металлических изделиях, анализ механических свойств металлов и энергетических процессов. Исследование этих аспектов позволяет понять, как математика помогает в совершенствовании производства металлических материалов, а также какие преимущества может принести применение математических методов в металлургической отрасли.

Математическое моделирование позволяет металлургам анализировать и оптимизировать различные процессы обработки металлов, такие как литье, обжиг, закалка и другие. Моделирование помогает предсказывать поведение материалов при различных условиях, оптимизировать параметры процессов и улучшать качество продукции. Математическое моделирование позволяет прогнозировать механические, химические и физические свойства металлических материалов в зависимости от их состава, структуры и обработки. Это помогает

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

металлургам выбирать оптимальные материалы для решения конкретных задач и предсказывать поведение определенных материалов в экстремальных условиях.

Математические методы используют для анализа и контроля качества металлических материалов, деталей и изделий. Metallурги используют статистические методы, теорию вероятности и другие математические подходы для оценки соответствия продукции современным стандартам качества.

Математические методы играют важную роль в научно-исследовательской работе металлургов, помогая разрабатывать новые материалы, технологии и методы обработки. Моделирование и численные методы позволяют анализировать сложные процессы и принимать обоснованные решения в различных областях металлургии.

Металлургия играет ключевую роль в производстве стали, одного из самых важных строительных материалов современности. Процесс изготовления стали включает в себя множество этапов, начиная с добычи и обогащения руды железа, и заканчивая получением конечного продукта – стали. В процессе производства стали металлургические компании используют различные методы и технологии, включая конвертеры, электростатические печи, литье и прокатку. Материалы, используемые в металлургии, такие как уголь, руды и металлические сплавы, проходят строгий контроль качества и обработку, чтобы обеспечить высокое качество конечного продукта.

Металлургия стали требует точных расчетов, управления и контроля процессов, которые помогают оптимизировать производство, снизить затраты и обеспечить соответствие стандартам качества. Использование современных технологий и математических моделей позволяет улучшить производственные процессы и повысить эффективность производства стали.

Математическое моделирование процессов плавки стали является важным инструментом для оптимизации производства и повышения его эффективности. Этот подход позволяет предсказывать поведение системы, анализировать и оптимизировать процессы, улучшать качество конечного продукта и экономить ресурсы.

В процессе плавки стали применяются различные математические модели, которые описывают тепловые, химические и физические процессы, происходящие в различных участках оборудования — от печей для плавки и конвертеров до линий литья и прокатки. Модели учитывают такие параметры, как распределение температуры, концентрации химических элементов, скорость процессов и другие важные факторы. Используя математические модели, специалисты могут проводить виртуальные эксперименты, оптимизировать параметры процессов, прогнозировать изменения в системе и принимать обоснованные решения для улучшения

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

производственной деятельности. Такой подход позволяет сократить время прогрева печи, снизить энергопотребление, повысить производительность и качество стали. Математическое моделирование процессов плавки стали является неотъемлемой частью современной металлургической промышленности, которая помогает компаниям быть конкурентоспособными на мировом рынке и обеспечивать высокий уровень качества своей продукции.

В обеспечении качества конечного продукта и оптимизации производственных процессов важную роль играет прогнозирование дефектов на производстве стали. Многие дефекты могут возникать в процессе плавки, литья, прокатки и на других стадиях производства, что может привести к значительным финансовым потерям и потере репутации компании. Поэтому для прогнозирования дефектов на производстве стали применяют различные методы и технологии, включая математические модели, машинное обучение, искусственный интеллект и нейронные сети. Эти инструменты позволяют анализировать большие объемы данных, выявлять закономерности и предсказывать вероятность возникновения различных дефектов. Такое прогнозирование позволяет оперативно реагировать на потенциальные проблемы, принимать меры по их предотвращению и минимизации последствий. Например, системы мониторинга и управления качеством могут автоматически выявлять аномалии в данных, предупреждать о возможных дефектах и, что очень важно, предлагать конкретные рекомендации по устранению возникающих проблем.

Прогнозирование дефектов на производстве стали помогает компаниям сокращать издержки, улучшать эффективность производства, повышать качество продукции и удовлетворять потребности клиентов. Этот подход является ключевым инструментом в достижении высоких стандартов производства стали и обеспечивает успешное функционирование металлургических предприятий.

Прогнозирование свойств металлургических сплавов является еще одним важным аспектом в производстве металлических материалов, таких как сталь, алюминий, медь и другие. Успешное прогнозирование и контроль свойств сплавов играет решающую роль в обеспечении качества готовой продукции, улучшении производственных процессов и экономической эффективности предприятий. Для прогнозирования свойств металлургических сплавов используются различные методы и технологии, включая компьютерное моделирование, искусственный интеллект, машинное обучение и математические алгоритмы. Все эти инструменты позволяют анализировать физико-химические свойства материалов, предсказывать их поведение в различных условиях и оптимизировать составы сплавов для получения требуемых характеристик. Прогнозирование свойств металлургических сплавов помогает улучшить

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

процессы литья, термической обработки, прокатки и других технологических операций. Оно также способствует сокращению времени производства, улучшению энергетической эффективности, снижению издержек и минимизации отходов.

Точное прогнозирование свойств металлургических сплавов позволяет компаниям создавать инновационные и конкурентоспособные продукты, удовлетворять требования клиентов, соответствовать стандартам качества и повышать свою репутацию на рынке. Этот подход является ключевым элементом в современной металлургии и играет важную роль в устойчивом развитии промышленности.

В повышении эффективности металлургического производства, улучшении качества продукции и снижении издержек особую роль играет оптимизация технологических процессов. И снова на первый план выходит использование математических методов. Математические методы позволяют проводить анализ и моделирование производственных процессов, оптимизировать параметры и условия работы оборудования, прогнозировать результаты и принимать обоснованные решения для достижения поставленных целей. Одним из ключевых методов оптимизации технологических процессов в металлургии является математическое моделирование. С его помощью можно описывать и анализировать различные физические и химические процессы, происходящие в производстве, и предсказывать их результаты при изменении различных параметров. Модель позволяет проводить виртуальные эксперименты, оптимизировать процессы и исследовать их влияние на конечный продукт.

Другим важным методом оптимизации является математическое программирование. С его помощью можно находить оптимальные решения для сложных задач планирования и управления производством. Это касается оптимизации расписания работы оборудования, распределения ресурсов, минимизации издержек и максимизации производительности. Методы линейного, целочисленного и динамического программирования позволяют находить оптимальные решения для различных типов задач в металлургии. Кроме того, машинное обучение и искусственный интеллект также активно применяются для оптимизации технологических процессов в металлургии. Алгоритмы машинного обучения позволяют анализировать большие объемы данных, выявлять скрытые закономерности, прогнозировать поведение системы и автоматизировать принятие решений на основе данных.

Таким образом, применение математических методов и технологий в оптимизации технологических процессов в металлургии позволяет повысить эффективность производства, улучшить качество продукции, снизить издержки и обеспечить устойчивое развитие предприятий металлургической промышленности.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Математическое моделирование термодинамики металлургических процессов играет немаловажную роль в исследовании и оптимизации плавки металлов, легирования, кристаллизации и т. д. Моделирование термодинамических процессов позволяет анализировать поведение металлических систем в различных условиях и прогнозировать изменения физических и химических свойств материалов. Для математического моделирования термодинамических процессов в металлургии применяются различные методы, включая уравнения состояния, кинетические модели, эмпирические уравнения и т. д. Одним из основных инструментов при моделировании является решение уравнений Навье-Стокса и транспортных уравнений для описания теплопереноса, массопереноса и химических реакций в процессе.

Моделирование термодинамических процессов позволяет учитывать различные факторы, такие как температура, давление, состав смесей, фазовые переходы и другие важные параметры, которые влияют на результаты производственных процессов. Моделирование также позволяет оптимизировать рабочие параметры оборудования, прогнозировать поведение системы в различных условиях и оценивать влияние различных факторов на конечный продукт. Важным применением математического моделирования термодинамики в металлургии является разработка новых материалов с улучшенными свойствами, оптимизация производственных процессов для снижения издержек и повышения качества продукции, а также улучшение безопасности и экологической устойчивости производства. Моделирование термодинамических процессов является важным инструментом для инженеров и исследователей в металлургической отрасли для повышения эффективности производства и развития новых технологий.

Существенным в металлургии оказывается и математическое моделирование процессов обработки поверхности металла. Оно играет важную роль в оптимизации различных технологических процессов, таких как полировка, шлифовка, наплавка, покрытия и другие. Моделирование позволяет анализировать взаимодействие инструмента с поверхностью металла, предсказывать изменения формы и размеров деталей, а также оптимизировать процессы для достижения нужных характеристик поверхности. Для математического моделирования процессов обработки поверхности металла используются различные методы, такие как метод конечных элементов, метод конечных разностей и другие. Эти методы позволяют учитывать физические и химические процессы, происходящие при взаимодействии инструмента с поверхностью металла, и предсказывать изменения формы и структуры поверхности.

При моделировании процессов обработки поверхности металла учитываются различные параметры, такие как скорость движения инструмента, давление контакта, температура, материалы инструмента и

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

обрабатываемого металла, а также особенности поверхности и желаемое качество обработки. Моделирование позволяет оптимизировать эти параметры для достижения оптимальных результатов – улучшения качества поверхности, увеличения производительности и снижения издержек производства. Оно позволяет предсказывать возможные деформации и напряжения в материале, оценивать износ инструмента, а также анализировать влияние различных факторов на процесс обработки. Это позволяет улучшить процессы и обеспечить более точные и надежные результаты при обработке поверхности металла.

Таким образом, математика играет важную роль в современной металлургии и является неотъемлемой частью процессов производства металлических материалов. Математические модели и методы обеспечивают эффективное управление процессами производства, обработки и контроля качества металлических материалов. Именно математика помогает металлургам повышать производительность, улучшать качество продукции и разрабатывать инновационные решения для отрасли.

Применение математического моделирования и математических методов в процессах металлургии позволяет существенно сократить материальные и временные издержки на производстве. Сегодня растет актуальность моделей, которые обновляются и оптимизируются в автоматическом режиме, получая данные со всевозможных датчиков на основе реального производственного процесса. Это дает возможность практически в полной мере автоматизировать производство.

Специалист в области металлургии должен уметь управлять технологическими процессами, рассчитывать оптимальный состав шихты и получать продукцию с заданными физико-химическими свойствами, разрабатывать технологию выплавки новых марок сталей и описывать конкретные химические реакции. Кроме этого, он должен уметь не только моделировать и оптимизировать металлургические процессы, но и проектировать металлургические агрегаты и цеха.

Литература

1. Куприяшкин А.Г. Основы моделирования систем / А.Г. Куприяшкин. – Норильск: НИИ. – 2015. – 135 с.
2. Агеев Н.Г. Моделирование процессов и объектов в металлургии: учеб. пособие / Н.Г. Агеев. – Екатеринбург : Изд-во Урал. Ун-та. – 2016. – 108 с.
3. Цаплин А.И. Моделирование теплофизических процессов и объектов в металлургии: учеб. Пособие / А.И. Цаплин, И.Л. Никулин. – Пермь: Изд-во Перм. Гос. Техн. Ун-та. – 2011. – 299 с.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Марченко Данил

1 курс, Физико-технический факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: danil.marhenko2004@gmail.com

Руководитель: Бабичева Маргарита Вадимовна

кандидат технических наук, доцент
кафедры радиофизики и инфокоммуникационных технологий
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: m.babicheva@donnu.ru

**ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ РЕГРЕССИИ В ЗАДАЧАХ
БИНАРНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ**

Очень часто в жизни и в профессиональной деятельности мы решаем задачи бинарной классификации – прогнозируем какую-то величину, принимающую только два значения. Дадут кредит или не дадут, является ли электронное письмо спамом или нет, перехваченный сетевой трафик нормальный или зловредный. Как правило результат кодируется двумя значениями – 1 обозначает, что величина принадлежит к классу, а 0 – не принадлежит. Причем то, к какому классу будет относиться тот или иной образец зависит от многочисленных факторов, которые подчас очень сложно учесть. Гораздо легче взять образцы, показать их модели машинного обучения и промаркировать – вот этот принадлежит классу зловредного трафика, а этот нет. Результатом должен стать не ответ – «да, принадлежит», а вероятность, с которой данный образец принадлежит к классу зловредного трафика. Эта задача решается при помощи логистической регрессии [1].

Логистической регрессией пользовались ученые, математики, инженеры – все, кому нужно было заниматься статистическими предсказаниями, например, прогнозировать вероятные результаты эксперимента. В наши дни сфера применения этой математической модели намного больше:

- машинное обучение использует логистическую регрессию для задач предсказания и классификации;
- нейронные сети при работе пользуются логистической регрессией в качестве функции потерь;
- анализ данных – регрессия позволяет предсказать какое-то событие на основе имеющейся информации;

Как видим в основном это задачи классификации и предсказания (по сути тоже классификация, поскольку предсказывается принадлежность к классу) [2].

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Для того, чтобы понять, как это работает решим упрощенную задачу, в которой есть только 1 признак. Допустим у нас есть N зеленых и красных точек на прямой (рис.1).

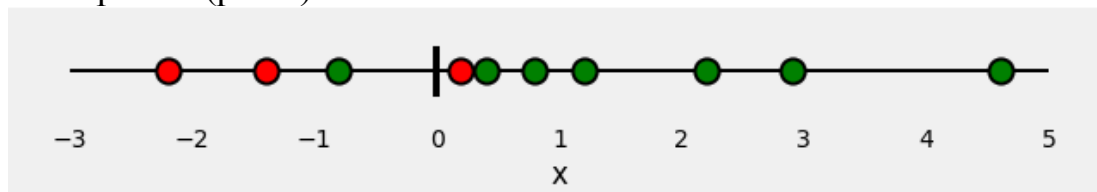


Рисунок 1 – Зеленые и красные точки на прямой

Почти все точки, координаты которых больше нуля принадлежат к классу зелёных (класс 1), те, у которых координаты меньше нуля – к классу что случайно кинутая на прямую точка окажется зеленой. Она будет вычисляться по следующей формуле:

$$H(q) = -\frac{1}{N} \sum (y_i \log(p(y_i)) + (1 - y_i) \log(1 - p(y_i))), \quad (1)$$

где y – метка (1 для зеленых точек и 0 для красных точек), а $p(y_i)$ – прогнозируемая вероятность того, что точка станет зеленой для всех N точек. Для каждой зеленой точки ($y = 1$) эта функция добавляет $\log(p(y_i))$ к потерям, то есть логарифмическую вероятность того, что она будет зеленой, и добавляет $\log(1 - p(y_i))$, то есть логарифмическую вероятность того, что она будет красной, для каждой красной точки ($y = 0$). Эту зависимость можно представить в виде графика, а затем и в виде гистограммы для наглядности (рис. 2).

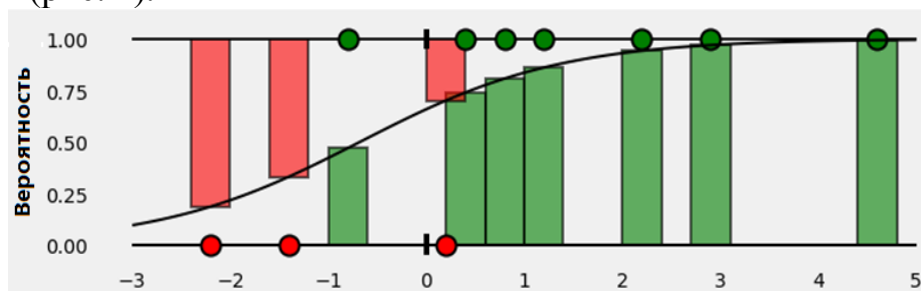
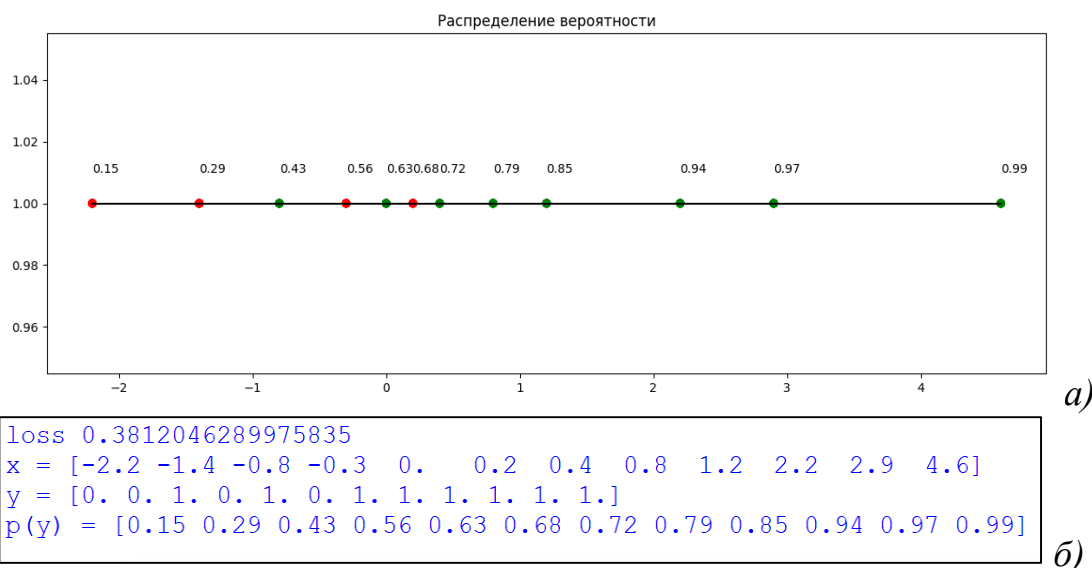


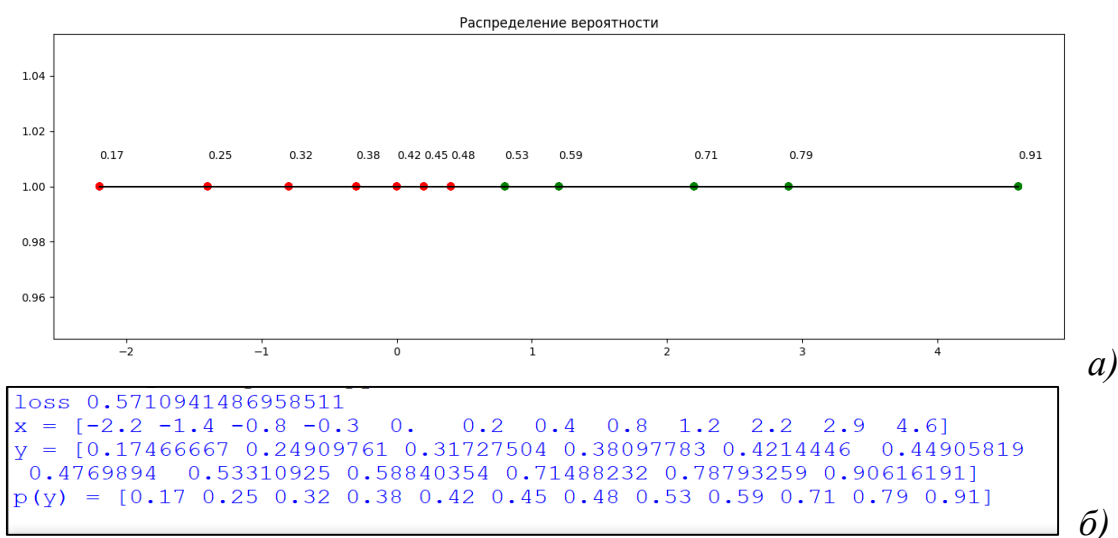
Рисунок 2 – График функции распределения и гистограмма вероятности, случайной величины: точка окажется зеленой или красной

Теперь напишем программу, которая будет бросать точки на прямую на алгоритмическом языке *Python* с использованием библиотеки *sklearn*. Сначала распределим точки на прямой так, как показано на рисунке 2. И обучим модель, то есть покажем ей какая точка зеленая, а какая красная, задав на выходе значения 0 и 1. Подадим те же данные на модель и получим распределение вероятности, представленное на рисунке 3. При таком распределении крайняя правая зеленая точка имеет вероятность быть зеленой 0,99, почти единицу, а красная точка слева – вероятность 0,15.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике*Рисунок 3 – Модельное распределение вероятностей:**а) расположение точек на прямой; б) расчет значения вероятности*

Обратим внимание на значение функции потерь 0,38. Это значение вычислено по формуле 1. Обратим внимание что она положительна. Конечно, ведь значение вероятности меньше единицы, следовательно, логарифм меньше нуля и сумма всех значений функции потерь будет отрицательной, а минус в формуле делает ее положительной. Чем меньше функция потерь, тем лучше нам удалось разделить данные.

Подготовим тестовые точки, которые лежат на тех же позициях, но мы не будем указывать какого они цвета. Алгоритм должен сам их покрасить в нужный цвет согласно полученному распределению вероятностей. Результаты представлены на рисунке 4.

*Рисунок 4 – Распознавание точек алгоритмом, согласно предсказанным вероятностям**а) расположение точек на прямой; б) расчет значения вероятности*

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Видим, что вероятность крайней левой точки быть зеленой немного увеличилась с 0,15 до 0,17, но она все равно осталась красной. А вот три зеленые точки, которые имели вероятность 0,43 и 0,63, 0,68 быть зелеными теперь имеют вероятность менее 0,5 и становятся красными. Функция потерь принимает значение 0,57. Теперь подадим точки с другими координатами на обученный алгоритм и посмотрим, что получится (рис. 5).

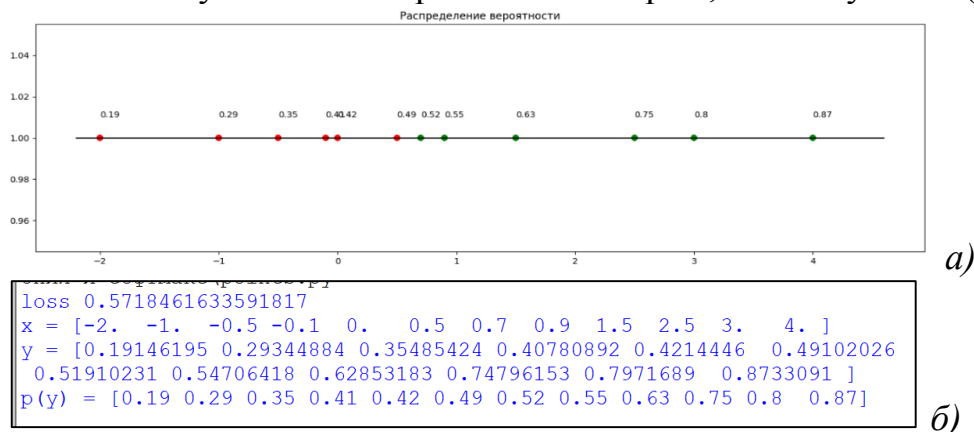


Рисунок 5 – Подача точек с произвольными координатами на обученный алгоритм:

а) расположение точек на прямой; б) расчет значения вероятности

Вероятность того, что крайняя левая точка станет зелёной увеличилась с 0,17 до 0,19, но она все равно красная. Теперь только 1 красная точка попала в положительную область с вероятностью 0,49. Значение функции потерь возросло совсем незначительно.

А теперь давайте обучим модель на совершенно правильных данных. То есть все точки, которые имеют отрицательные координаты пусть будут красными, а те, что имеют положительные координаты – зелеными. И подадим на таким образом обученную модель другие точки. В этом случае получается идеальное распределение, функция потерь равна 0,26 (рис. 5).

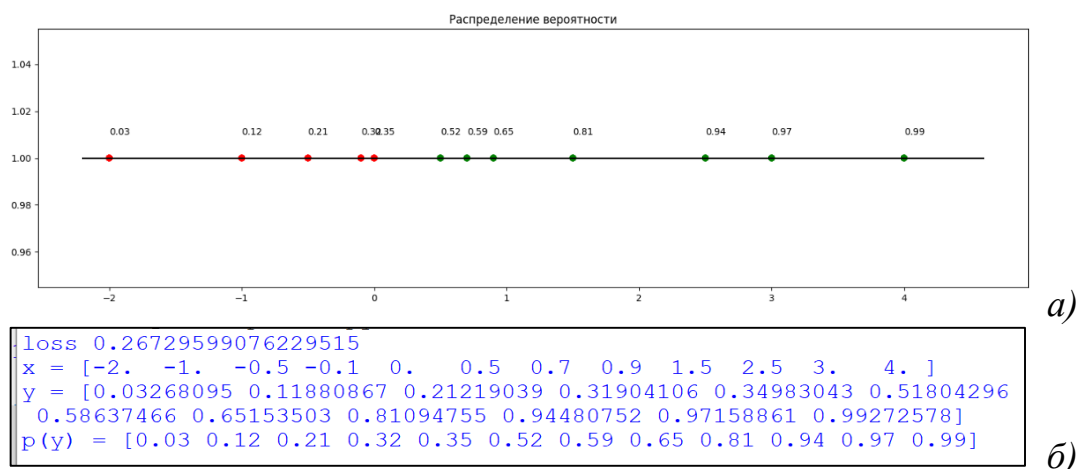


Рисунок 6 – Идеальное распределение вероятности для тестовых данных

а) расположение точек на прямой; б) расчет значения вероятности

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Возникает вопрос: Почему мы изначально не учили модель на идеальных данных? Ведь результат получился гораздо лучше. Дело в том, что в данном случае входными данными являлся только один параметр-координата на прямой, но в реальных задачах таких параметров много и не всегда можно четко разделить образцы. Это видно на рисунке 7, здесь показаны 2 параметра, но в реальности их может быть больше и тогда график будет представлять n -мерный куб, в котором нужно провести плоскость, которая бы разделяла все данные на 2 класса.

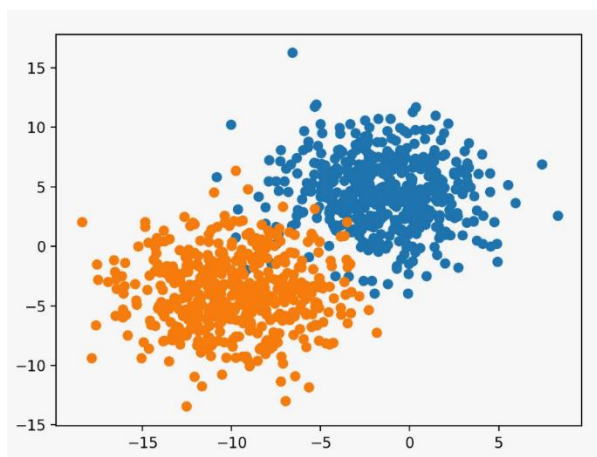


Рисунок 7 – Визуализация входных данных в двумерном пространстве

Рассмотрев результаты решения задачи бинарной классификации можно сделать следующие выводы:

- при использовании логистической регрессии в задачах бинарной классификации результатом является вероятность того, что тестовые данные принадлежать одному из классов, соответственно вероятность принадлежности к другому классу вычисляется как $1 - p(y)$;
- результат сильно зависит от обучающегося набора (обучение на идеально разделяющихся данных позволяет улучшить результат в среднем на 30 %), следовательно, рекомендуется предварительная обработка данных для обучения;
- компьютерные эксперименты с простыми моделями помогают лучше понять суть математических моделей и решений.

Литература

1. Santana A.C. A dimension reduction technique applied to regression on high dimension, low sample size neurophysiological data sets/ A.C. Santana, A.V. Barbosa, H.C. Yehia, et al. BMC Neurosci- 2021 (22-27 pp).
2. Zhang, A. Dive into deep learning. Release 0.7.1/A. Zhang, Z.C. Lipton, M. Li et al. // 2019. – 900 p. [Электронный ресурс] – URL: <https://d2l.ai/d2l-en.pdf>

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Медведев Ярослав

1 курс, Физико-технический факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: yaroslav.pupolik@gmail.com

Руководитель: Бабичева Маргарита Вадимовна

кандидат технических наук, доцент
кафедры радиофизики и инфокоммуникационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: m.babicheva60@mail.ru

**ЗАДАЧА ДИСКРЕТНОГО ЛОГАРИФМИРОВАНИЯ В
КРИПТОАНАЛИЗЕ СИСТЕМ АСИММЕТРИЧНОГО
ШИФРОВАНИЯ**

Смоделируем стандартную ситуацию, когда злоумышленник перехватывает трафик между Алисой и Бобом, когда они обмениваются общим секретом по алгоритму Диффи-Хеллмана (рис.1).

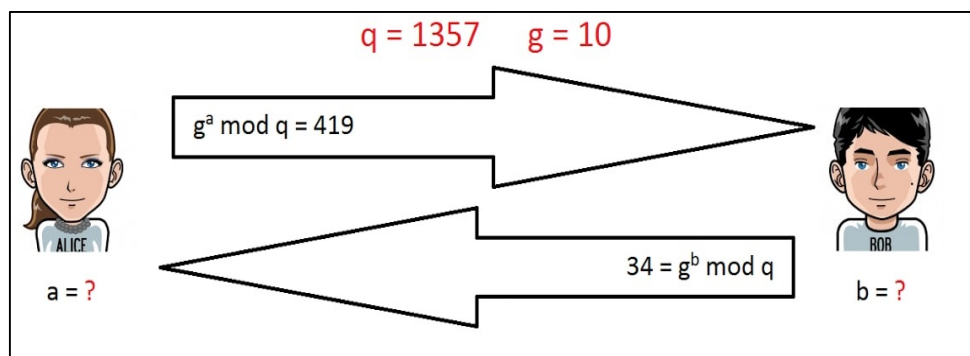


Рисунок 1 – Задача злоумышленника найти секретные ключи Алисы и Боба, а также общий секрет

Что знает злоумышленник? Открытый ключ (g, q) и сообщения Алисы $g^a \bmod q$ и Боба $g^b \bmod q$. Для того, чтобы узнать общий секрет, которым обменялись Алиса и Боб необходимо найти закрытые ключи Алисы и Боба – a и b . Для этого нужно решить задачу обратного логарифмирования, то есть найти степени, в которые нужно возвести g по модулю q чтобы получить числа 419 и 34. В случае малых чисел такую задачу можно решить простым перебором. Однако уже при количестве цифр 10, время, необходимое для перебора составляет около 2 часов и далее растет экспоненциально [1].

Вообще использование малых чисел может привести к печальным последствиям. Например, вот для таких параметров

$$g = 5, q = 3, a = 3552713678800500929355621337890625,$$

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

$$b = 100974195868289511092701256356196637398170423693954944610595$$

Значение q явно меньше g^a , можно применить не дискретное, а простое логарифмирование (рис. 2).

<pre>import math g = 5 A = 3552713678800500929355621337890625 B = 1009741958682895110927012563561966373981704 Ka=math.log(A, g) print('Alice_key = ',Ka) Kb=math.log(B, g) print('Bob_key = ', Kb) key = (5 ** 48) ** 93 print('common_secret = ', key)</pre>	<pre>Alice_key = 48.000000000000001 Bob_key = 93.0 common_secret = 15925730272545943896 9341782397551707341338720604119158243 0652903820357567934159889599005294152 2998438105873220181654171442923124241 5684355734006492886459448013462529146 5765835798768941487468530294063175514 9458207909263287679823257436416309646 1217482311625162847379705688033822716 6363506455352743828405363081568849721 2823476931859884911360537381205930043 5111883891414478955939404364423409190 3503909608807308583618781588010056205</pre>
--	---

Рисунок 2 – В случае, когда q меньше g^a , ключи и общий секрет можно вычислить обычным логарифмированием

В данном случае общий секрет оказался очень большим числом.

Если же значение q сравнимо с g^a , то можно попробовать вычислить дискретный алгоритм на сайте <https://www.alpertron.com.ar/DILOG.HTM>, либо в среде для математических расчетов Sage с использованием встроенной функции `discrete_log()` (рис. 3).

Alpertron > Programs > Discrete logarithm calculator <table border="1"> <tr> <td>Base</td> <td>216590906870332474191827756801961881648</td> </tr> <tr> <td>Power</td> <td>181553548982634226931709548695881171814</td> </tr> <tr> <td>Modulus</td> <td>298161833288328455288826827978944092433</td> </tr> </table> Find exp such that 216 590906 870332 474191 827756 801961 881648 exp = <u>211 631375 588570 729261 040810 141700 746731 (39 digits)</u>	Base	216590906870332474191827756801961881648	Power	181553548982634226931709548695881171814	Modulus	298161833288328455288826827978944092433	 SageMath Cell Type some Sage code below and press Evaluate. <pre> 5 6 7 print("computing b") 8 b = discrete_log(R(B), R(g)) 9 10 print(b) 11 12 ga = 181553548982634226931709548695881171814 13 14 print("finding shared key") 15 key = pow(g, b, 298161833288328455288826827978944092433) 16 17 print(key)</pre> Evaluate <pre> computing b 164628728413072046550711086534226032119 finding shared key 246544130863363089867058587807471986686</pre>
Base	216590906870332474191827756801961881648						
Power	181553548982634226931709548695881171814						
Modulus	298161833288328455288826827978944092433						

Рисунок 3 – Дискретный логарифм можно вычислить на сайтах

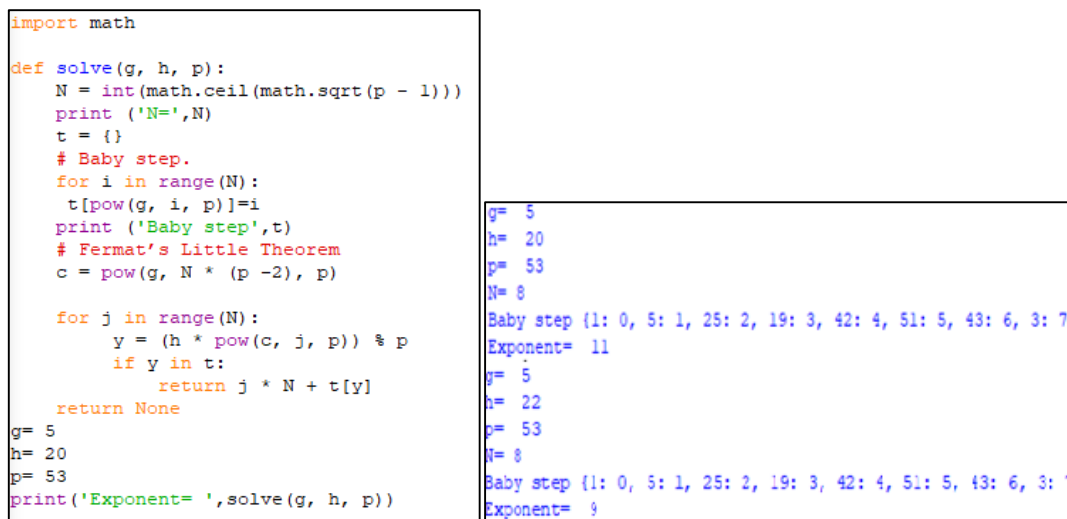
По каким же алгоритмам вычисляют дискретный логарифм эти сайты? Вот некоторые из них [2].

1. Baby-step giant-step.
2. Полларда.
3. Полига-Хеллмана.

Алгоритм *baby-step giant-step* работает путем разделения пространства поиска на два меньших набора, один из которых вычисляется с помощью «маленьких шагов», а другой – «гигантских шагов». Маленькие шаги представляют собой небольшие приращения, тогда как гигантские шаги представляют собой более крупные приращения. Затем алгоритм ищет

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

коллизии между двумя наборами, и получает дискретный логарифм (рис. 4).



```
import math

def solve(g, h, p):
    N = int(math.ceil(math.sqrt(p - 1)))
    print('N=', N)
    t = {}
    # Baby step.
    for i in range(N):
        t[pow(g, i, p)] = i
    print('Baby step', t)
    # Fermat's Little Theorem
    c = pow(g, N * (p - 2), p)

    for j in range(N):
        y = (h * pow(c, j, p)) % p
        if y in t:
            return j * N + t[y]
    return None

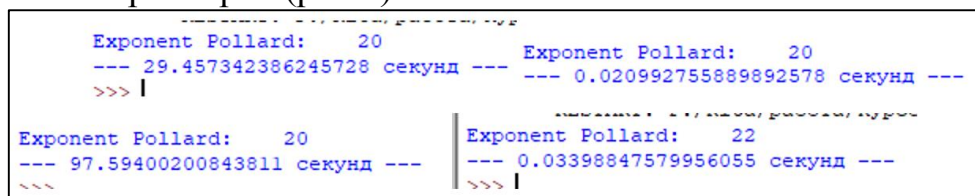
g = 5
h = 20
p = 53
print('Exponent= ', solve(g, h, p))
```

```
g= 5
h= 20
p= 53
N= 8
Baby step {1: 0, 5: 1, 25: 2, 19: 3, 42: 4, 51: 5, 43: 6, 3: 7}
Exponent= 11
g= 5
h= 22
p= 53
N= 8
Baby step {1: 0, 5: 1, 25: 2, 19: 3, 42: 4, 51: 5, 43: 6, 3: 7}
Exponent= 9
```

Рисунок 4 – Построение таблицы baby-step и вычисление дискретного логарифма

Временная сложность алгоритма равна $O(\sqrt{q})$, где q – называется модулем, то есть порядком группы. Это намного быстрее, чем простой алгоритм перебора, временная сложность которого равна $O(q)$. Однако алгоритм *baby-step giant-step* требует значительного объема вычислений и неприменим для больших чисел. По сути это перебор типа «встреча посередине». Можно сделать вывод, что алгоритм *baby-step giant-step* позволяет решать задачу дискретного логарифмирования быстрее, чем, например, полный перебор, но очень затратен по памяти.

Алгоритм Полларда осуществляет случайный поиск дискретных логарифмов, как и метод *baby-step giant-step*, но он требует меньшего объема памяти для хранения данных. В основе данного метода лежит следующая идея, строится псевдослучайная последовательность, в которой находятся совпадающие элементы, а затем на основании полученной величины вычисляется искомый дискретный логарифм. Как показано на рисунке 4 скорость работы алгоритма Полларда сильно зависит от начальных параметров (рис.5).



```
Exponent Pollard: 20
--- 29.457342386245728 секунд ---
>>> |

Exponent Pollard: 20
--- 0.020992755889892578 секунд ---

Exponent Pollard: 20
--- 97.59400200843811 секунд ---
Exponent Pollard: 22
--- 0.03398847579956055 секунд ---
>>> |
```

Рисунок 5 – Скорость работы алгоритма Полларда сильно зависит от начальных параметров

Алгоритм Полига-Хеллмана — это метод вычисления дискретных логарифмов в конечной абелевой группе, порядок которой можно разложить на простые множители. Алгоритм работает с использованием

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

китайской теоремы об остатках для объединения дискретных логарифмов, вычисляемых по модулю каждой степени простого числа в разложении порядка группы. Он основан на идее вычисления логарифма по модулю каждой степени простого числа в групповом порядке, а затем объединения их в логарифм в полной группе.

Алгоритм имеет временную сложность $O(e\sqrt{p})$, где e – показатель наибольшей степени простого числа в порядке группы, а p – наибольший простой множитель. Используя этот алгоритм можно получить довольно большие секретные ключи Алисы и Боба, за время чуть больше минуты (рис. 6).

<pre>Alice_secret 62992160700324403433473 961552606478615660021454017748417869 177513485103967011207217568924993463 938303730619795368459139106628752746 577351194975769992755166239323556047 672368844204423176033536465560324264 583295744551449944492129891365183529 426064819981059773355416797981114636 --- 78.6103892326355 секунд ---</pre>	<pre>Bob_secret 259721128898381889741365970145 42560643976599697621570930052690686941121 39401388135303013272204824860386734671482 17907866940062357505620444656656970550660 26467400773484787913646631817615507142619 56917331693906151813439781500361242314950 97135233493733877711912029971952746571186 54390873900776539342430943966313151771136 --- 84.14270091056824 секунд ---</pre>
а)	б)

Рисунок 6 – Найденные методом Полига-Хеллмана секретные ключи
а) Алисы; б) Боба

Однако предварительно нужно разложить модуль на простые множители, это можно сделать на сайте <http://factordb.com/>, но с очень большими числами (более 1024 бит), он может не справиться. Делаем вывод, что если модуль раскладывается на простые множители, то при помощи алгоритма Полига-Хеллмана можно вычислить дискретный логарифм и восстановить закрытые ключи Боба и Алисы.

Таким образом вычислить дискретный логарифм рассмотренными методами можно в случае, если длина модуля и экспоненты не превышает 64 цифры (512 бит) или значение модуля можно разложить на простые множители.

Казалось бы, зачем применять в алгоритме Диффи-Хеллмана, при помощи которого передаются ключи для симметричного шифрования, например, в протоколе HTTPS, малые параметры, если скорость шифрования слабо зависит от их разрядности. Это может произойти по разным причинам, от элементарного незнания, до особенностей государственной политики. Ярким примером может служить атака Logjam, нашумевшая в 2015 году. На сегодняшний день существует несколько реализаций этой атаки, одни из них сегодня практически невозможно осуществить, но другие вполне возможны и в современном интернете [3].

Существует 2 известных набора слабых параметров Diffie-Hellman, которые обычно используются в DHE_EXPORT шифрах. Эти шифры были

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

специально разработаны в США в 90-е, для того, чтобы спецслужбы могли расшифровывать интересующий их трафик. Они использовались для поддержки SSL в странах, куда США запретили экспорт «сильной криптографии», и требовали, чтобы используемые простые числа были короткими (512-бит).

Эксперименты, проведенные в апреле 2015 года, показали, что соединение с сайтом ФБР США (tips.fbi.gov) может быть расшифровано. Соединение использует OpenSSL 512-битную Diffie-Hellman группу, для которой были проведены предварительные вычисления. Взлом обмена ключами Диффи-Хеллмана был проведен за несколько минут. Это позволило вычислить ключи и быстро расшифровать переговоры клиента и сервера (рис.7, рис. 8). Перехват можно осуществить при помощи сниффера Wireshark. На рисунке 6 представлен захват трафика обмена наборами для шифрования между клиентом и сервером. Видно, что здесь набор параметров протокола Диффи-Хеллмана имеет длину 32 байта (256 бит), то есть еще меньше, чем 512 бит, а это реальный трафик, 2024-го года.

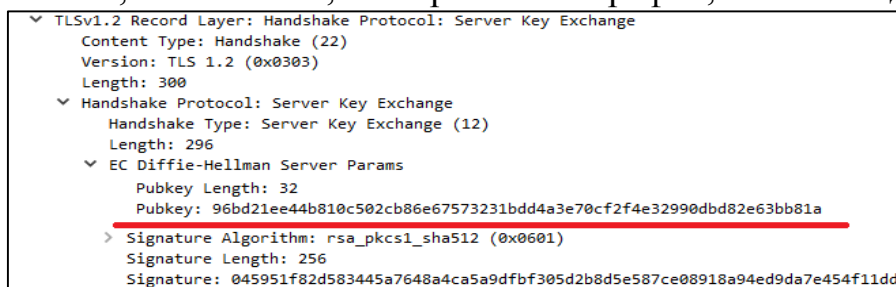


Рисунок 7 – Пакет из захвата TLS-хендшейка с 32-байтным публичным ключом

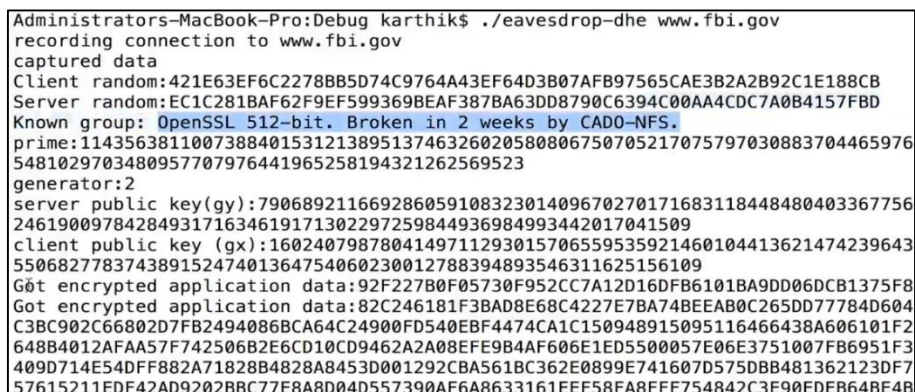


Рисунок 8 – Расшифровка сообщения, зашифрованного при помощи OpenSSL 512-битного модуля

По состоянию на май 2015 года www.fbi.gov заблокировали все наборы DHE шифров, чтобы предотвратить подобные атаки. Этой атаки также можно избежать, если в браузере отказаться от коротких 512-битных параметров.

Для безопасного обмена по алгоритму Диффи-Хеллмана параметры алгоритма, особенно модуль, не должны иметь длину менее, чем 1024 бита, в чем мы и убедились в ходе работы. Дискретный логарифм чисел такой

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

длины, если они не раскладывались на простые множители, не был вычислен ни одним из рассмотренных алгоритмов за разумное время.

По результатам работы можно сделать вывод, что решение задачи дискретного логарифмирования является одной из важнейших для обеспечения безопасности передачи данных по алгоритму Диффи-Хеллмана.

Литература

1. Nechaev V. Complexity of a determinate algorithm for the discrete logarithm / V. I. Nechaev Mathematical Notes, vol. 55, no. 2 1994 (165-172 p.).
2. Bowman, J.C. Coding theory & cryptography. 2020 Режим доступа : URL: <https://www.math.ualberta.ca/~bowman/m422/m422.pdf>.
3. Hadlerman A. How is NSA breaking so much crypto? A. Hadlerman, N. Heninger Tensorflow [Электронный ресурс]: - Электрон, дан. – 2015. Режим доступа : URL: <https://freedom-to-tinker.com/2015/10/14/how-is-nsa-breaking-so-much-crypto/>

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Панин Дмитрий

1 курс, Факультет фундаментального
инженерного образования и инноваций,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: dreadypanda@gmail.com

Руководитель: Горбатова Людмила Александровна
старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»
г. Алчевск, Россия
e-mail: gorbatova_la@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ – ПРОСТО О СЛОЖНОМ

В современном мире мы часто слышим понятие «математическое моделирование». Постараемся разобраться в том, что такое математическое моделирование, рассмотрим некоторые примеры из научной деятельности.

С давних времен люди пытаются выяснить закономерности окружающего нас мира, при этом человек стремится идеализировать рассматриваемый объект, выделить его самые существенные свойства. Уже этот процесс в какой-то степени можно назвать моделированием. С течением времени люди накапливали знания об изучаемых объектах, в то же время математический аппарат развивался. Это привело к созданию математических моделей, к приближенному описанию объекта-оригинала с использованием математических законов. Например, все разделы физики, по сути, посвящены исследованию математических моделей. Очевидно, что при построении математических моделей нужно учесть все существенные особенности изучаемого объекта. Тогда, во-первых, мы сможем избежать некорректных результатов моделирования, а во-вторых, сможем спрогнозировать, как будет вести себя объект моделирования в различных условиях, что является основной целью математического моделирования.

Важным свойством математических моделей является их универсальность. Она означает, что одни и те же математические законы могут использоваться для описания различных процессов, например, закон колебания наблюдают в механических системах в виде колебания маятника, в электричестве – это колебание тока, в экономике – колебание экономической активности, а в биологии – колебания размеров популяции. Аналитическое исследование – это исследование, в ходе которого результат можно представить в виде формул. Численное исследование – это исследование, в ходе которого строится численная модель, позволяющая находить нужное решение поставленной задачи с использованием вычислительных машин или даже вычислительных комплексов.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Раньше исследователи всегда старались упрощать модель до тех пор, пока результат математического моделирования не будет выражаться явными формулами для сложных систем, но такой подход неизбежно приводит к несоответствию между исследуемым объектом и моделью. С появлением вычислительных машин численное моделирование позволяет изучать и гораздо более сложные математические модели с использованием специальных численных алгоритмов. При этом результат получается в численном виде с определенной точностью. Такой подход к моделированию стал в свое время настоящим прорывом, однако и он не лишен недостатков. Одним из таких недостатков является тот факт, что для сложных моделей не всегда удастся проверить (верифицировать) полученные результаты. Поэтому обычно сначала проводят аналитическое исследование модели, а затем уже, если это нужно, усложняют модель и проводят численное моделирование с учетом результатов проведенного аналитического исследования. Бывают ситуации, когда исследователи не могут провести эксперимент с реальным объектом наблюдения. Это случается если моделируемый объект очень дорогостоящий (например, космический корабль), или изучаемые объекты слишком малы, или они находятся на огромном расстоянии. Все это препятствует проведению эксперимента. В таком случае удобно построить математическую модель и провести численный эксперимент. По сути можно провести аналогию между лабораторным опытом и математической моделью. В таблице 1 представлена примерная аналогия между реальным экспериментом и вычислительным.

Таблица 1 – Аналогия между лабораторным опытом и математической моделью

Лабораторный эксперимент	Вычислительный эксперимент
Образец	Математическая модель
Физический прибор	Программа для компьютера
Калибровка	Тестирование программы
Измерение	Вычисления, расчет
Анализ результатов	Анализ полученных данных

Рассмотрим несколько примеров математического моделирования, с которыми мы можем столкнуться во время учебы и работы. Моделирование движения жидкости в пористой среде возникает, например, при разведке полезных ископаемых нефтяной гидрогеологии или при изучении динамики подземных вод. В этом случае для построения математической модели требуется многомасштабное моделирование, связанное с рассмотрением

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

движения жидкости. В микромасштабе (соизмеримый с размером пор или зерен, из которых состоит среда); рассматривался локальный масштаб (порядка одного сантиметра, учитывающий размер возможных включений). Также рассматривался макромасштаб, связанный с размерами, на которых необходимо проследить движение жидкости. При решении такой непростой задачи исследователями был составлен численный алгоритм для исследования модели. В нем в качестве примера было посчитано движение жидкости в пористой среде для геометрии в виде вертикальных трубок. Учитывая различные коэффициенты водонасыщения, было проведено численное моделирование, в ходе которого получили графики зависимости капиллярного напора от координат в различные моменты времени.

Теперь рассмотрим более сложную задачу – моделирование распространения импульсов в оптическом волокне. Передача современных телекоммуникационных сетей напрямую связана с этим вопросом. Эффективная передача сигнала, без потери мощности на расстоянии, важна в задачах телекоммуникации, поэтому в настоящее время эта тема очень актуальна. Классическая модель распространения импульсов в волноводе содержат нелинейное уравнение Шредингера и имеет вид

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla^2 \psi + 2\eta \psi |\psi|^2 = 0,$$

где $\psi(r, t)$ – комплексная функция, η – вещественный параметр нелинейности.

Сначала находят «стационарные» решения определенного вида со свободным параметром. Затем их подставляют в исходное нелинейное уравнение Шредингера. В результате получают уравнение, которое допускает нахождение нестационарных решений в виде вещественных функций. Далее уже эти вещественные функции подставляют в исходное нелинейное уравнение Шредингера, приравнивают к нулю действительную и мнимую части полученного уравнения и получают окончательный результат

$$\nabla^2 \phi = (q^2 - \omega) \phi - 2\eta \phi^3,$$

где $\phi(r, t)$ – вещественная функция.

Таким образом, с помощью математической модели, найдены в аналитической форме гладкие решения в виде уединенных волн нелинейного уравнения Шредингера для случая трех пространственных измерений. Наблюдается явление оптической самофокусировки.

Нелинейное уравнение Шредингера находит широкое применение в нелинейной оптике, физике плазмы и т.п., где в более сложных математических моделях появляются дополнительные нелинейные слагаемые. В уравнении, учитывающем параметры среды, при помощи аналитических методов исследования удастся получить параметры модели, при которых огибающая волнового пакета имеет вид уединенной волны или

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

оптического солитона. Под оптическим солитоном понимают уединенный импульс лазера заданной длительности, который обладает определенной несущей частотой и который способен распространяться в диспергирующей среде (например в оптоволокне) без изменения своей формы на достаточно большие расстояния. Классические солитоны ведут себя подобно частицам. При взаимодействии они не разрушаются и сохраняют свою структуру неизменной, поэтому изучение уединенных волн в оптике так привлекает исследователей.

Итак, постепенно мы приходим к выводу, что математическое моделирование является одним из современных методов научного познания. Используя метод математического моделирования, имеется возможность проводить вычислительные эксперименты, не прибегая к дорогостоящему оборудованию, исследовать явления на грани физических возможностей. Математические модели позволяют ставить эксперименты, проведение которых невозможно по тем или иным причинам и, что очень важно, получать результаты, которые так нужны для продвижения научных идей. Этот метод применяется в огромном количестве различных областей, причем современные методы моделирования представляют собой сочетание аналитических методов с использованием мощного математического аппарата и численных методов с использованием высокопроизводительных вычислительных систем.

Литература

1. Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике / А. Ньюэлл. – М.: Мир. – 1989. – 325 с.
2. Алименков И.В. Точно решаемые математические модели в нелинейной оптике / Алименков И.В. // Компьютерная оптика. – 2005. – № 28. с. 45-54.
3. Алименков И.В. Нелинейное уравнение Шредингера в трех пространственных измерениях / Алименков И.В. // Компьютерная оптика. – 2005. № 27. – С. 55-59. [Электронный ресурс]. – URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/nelineynoe-uravnenie-shredingera-v-treh-prostranstvennyh-izmereniyah.htm>

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Пашковский Артем

2 курс, Физико-технический факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: theforestcat@mail.ru

Руководитель: Коняева Юлия Юрьевна

старший преподаватель кафедры математической физики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк
e-mail: konyayeva.y@inbox.ru

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

Математика нашла широкое применение в инженерных специальностях. Инженер-физик для решения основных задач в области профессиональной деятельности, в частности, расчет параметров электрических цепей, использует матричные уравнения контурных токов, системы линейных уравнений, определители. Использование методов линейной алгебры для решения задач электротехники позволяет значительно упростить процесс расчетов.

Рассмотрим практическое применение элементов линейной алгебры в некоторых задачах физики из раздела «Электричество и магнетизм» для студентов физико-технических направлений подготовки. На примере продемонстрируем расчет разветвленной электрической цепи постоянного тока.

Задача 1. Дана схема электрической цепи (рис. 1). Известны сопротивления резисторов $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = R_5 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$, и ЭДС источников $E_1 = 2 \text{ В}$, $E_2 = 1 \text{ В}$. Необходимо определить значение токов в ветвях цепи.

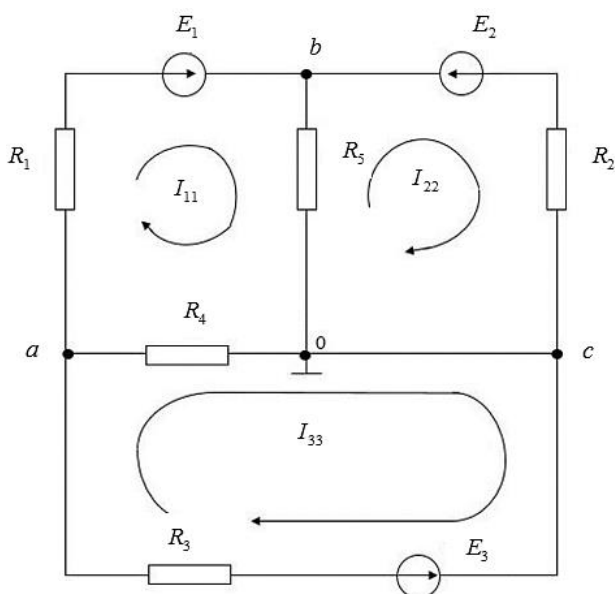


Рисунок 1 – Схема электрической цепи

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Решение. Составим уравнения, используя метод контурных токов, а затем через них определим токи ветвей. При расчете методом контурных токов полагают, что в каждом независимом контуре схемы течет свой контурный ток [1,3]. Контурные токи – это условные расчетные токи. Применение метода контурных токов позволяет сократить размерность системы уравнений, которая описывает электрическую цепь.

1. Ток I_{11} проходит через резисторы R_1 , R_4 и R_5 . Направление E_1 совпадает с направлением тока I_{11} . Через резистор R_5 проходит ток I_{22} в обратном направлении, так же через резистор R_4 проходит ток I_{33} тоже в обратном направлении, значит первое уравнение запишем следующим образом:

$$I_{11}(R_1 + R_4 + R_5) - I_{22}R_5 - I_{33}R_4 = E_1. \quad (1)$$

2. Ток I_{22} проходит через резисторы R_2 и R_5 . Направление E_2 противоположно направлению тока I_{22} , значит E_2 со знаком «минус». Через резистор R_5 проходит ток I_{11} в обратном направлении, тогда второе уравнение примет следующий вид:

$$I_{22}(R_2 + R_5) - I_{11}R_5 = E_2. \quad (2)$$

3. Ток I_{33} проходит через резисторы R_3 и R_4 . Направление E_3 противоположно направлению тока I_{22} , значит E_3 со знаком «минус». Через резистор R_5 проходит ток I_{11} в обратном направлении, следовательно третье уравнение будет таким:

$$I_{33}(R_3 + R_4) - I_{11}R_4 = -E_3. \quad (3)$$

Затем составим из уравнений (1-3) систему и решим ее.

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_4 + R_5) - I_{22}R_5 - I_{33}R_4 = E_1 \\ I_{22}(R_2 + R_5) - I_{11}R_5 = E_2 \\ I_{33}(R_3 + R_4) - I_{11}R_4 = -E_3 \end{cases}, \quad (4)$$

где R – сопротивление, E – ЭДС, I – искомые токи.

Представим систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_4 + R_5 & R_5 & R_4 \\ R_2 + R_5 & R_5 & 0 \\ R_3 + R_4 & R_4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ -E_2 \\ -E_3 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Обозначим матрицу (5) переменной A , подставим в нее исходные значения и вычислим определитель матрицы:

$$\det A = \begin{vmatrix} 4+6+2 & 4 & 6 \\ 1+4 & 4 & 0 \\ 4+6 & 6 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 0 \\ 10 & 6 & 0 \end{vmatrix} = -60. \quad (6)$$

Воспользуемся методом Крамера [2] для вычисления I_{ij} . Заменяем первый столбец определителя $\det A$ на столбец E :

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

$$E = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Получим

$$\Delta I_{11} = \begin{vmatrix} 9 & 4 & 6 \\ -2 & 4 & 0 \\ -1 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 72 + 24 - 0 + 0 = -48,$$

$$\Delta I_{22} = \begin{vmatrix} 12 & 9 & 6 \\ 5 & -2 & 0 \\ 10 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 30 + 120 + 0 - 0 = 90,$$

$$\Delta I_{33} = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 96 \\ 5 & 4 & -2 \\ 10 & 6 & -1 \end{vmatrix} = -48 - 80 + 270 - 360 + 144 - 20 = -54.$$

Разделим определитель $\det I_{ij}$ на определитель матрицы $\det A$ и определим значение токов в ветвях цепи:

$$I_{11} = \frac{\Delta I_{11}}{\det A} = \frac{-48}{-60} = 0,8A; \quad I_{22} = \frac{\Delta I_{22}}{\det A} = \frac{90}{-60} = -1,5A; \quad I_{33} = \frac{\Delta I_{33}}{\det A} = \frac{-54}{-60} = 0,9A.$$

Ответ: значение токов в ветвях цепи равны $I_{11} = 0,8A$; $I_{22} = -1,5A$; $I_{33} = 0,9A$.

Таким образом, математический аппарат теории матриц имеет широкий спектр применения. Использование правил матричной алгебры позволяет упростить запись системы уравнений, которая получается при решении сложной электротехнической задачи.

Литература

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / Л.А. Бессонов. – Москва: Гардарики, 2002. – 638 с.
2. Бортакровский А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах / А.С. Бортакровский. – М.: Высшая школа, 2010. – 591 с.
3. Гайчук В.Д. Применение средств линейной алгебры в методе контурных токов / В.Д. Гайчук // International Student Scientific Magazine. – 2015. – № 3 (часть 4). – С. 456-457.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Погоржельская Алина Андреевна

1 курс, Физико-технический факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: alinapogorzhelskaya@gmail.com

Руководитель: Коркишко Валерия Владимировна

старший преподаватель кафедры математической физики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: vv.korkishko@mail.ru

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В АСТРОНОМИИ И
АСТРОФИЗИКЕ**

Математика формирует основу науки. Это инструмент для исследования и описания Вселенной на языке всеобщем для всех. Именно благодаря математическому аппарату астрономы и астрофизики способны выполнить анализ движения небесных тел и предсказать астрономические события.

Сферическая астрономия или позиционная астрономия — раздел астрономии, изучающий способы определения положения объектов на небесной сфере при наблюдении их с Земли в определённый момент времени и в определённом месте. Сферическая астрономия использует математические методы сферической геометрии и астрометрические измерения, и тесно связана с проблемой редукции наблюдений[1].

Рассмотрим следующую задачу. Допустим, в Донецке расположен радар, изучающий метеоры. Принцип его работы состоит в том, что он фиксирует радиоэхо только тогда, когда направление от радара к метеору перпендикулярно ионизационному следу метеора. В данном городе, учитывая его широту $+48^\circ$, радар должен быть направлен в точку востока. 1 июля он начинает получать сигналы от метеоров, проходящих через его луч, в 11^h07^m местного времени. Затем радар поворачивают на 38° вдоль горизонта в сторону юга. В новом положении обнаружение метеоров, пересекающих луч, начинается в 12^h45^m . По указанным данным необходимо найти экваториальные координаты радианта этого метеоритного потока. Уравнением времени можно пренебречь.

Перейдем к решению. Вспомним, что относится к небесным экваториальным координатам [2].

Прямое восхождение α — угол в плоскости небесного экватора от точки весеннего равноденствия к востоку (рис. 1); изменяется от 0° до 24° .

Часовой угол t — угол в плоскости небесного экватора от точки пересечения небесного экватора с небесным меридианом к западу (рис.1); изменяется от 0° до 24° .

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Склонение δ – угол в плоскости круга склонения от небесного экватора до светила (рис. 1); изменяется от -90° до $+90^\circ$.

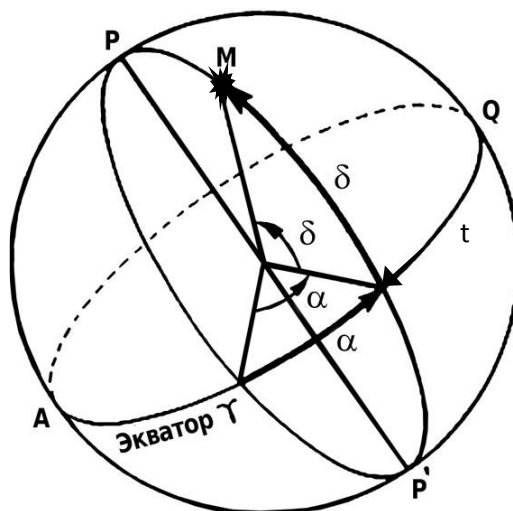


Рисунок 1 – Небесные экваториальные координаты

Если радар направлен в точку востока, то линия обзора формируется по линии запад-восток. Тогда для наблюдения метеоров они должны быть перпендикулярны лучу обзора, а значит радиант находится в плоскости, перпендикулярной линии запад-восток, а именно на небесном меридиане.

Для начала найдем прямое восхождение радианта. Как известно, 21 июня, в день летнего солнцестояния, прямое восхождение Солнца равно 6^h . Между 1 июля и 12 июня 10 дней разницы, за которые Солнце сместится на:

$$\Delta\alpha = \frac{10 * 360^\circ}{365,25} \approx 9,86^\circ = \frac{9,86^\circ * 24ч}{360^\circ} = 0,66ч = 40^m \quad (1)$$

Таким образом, 1 июля в местный полдень в Донецке в верхней кульминации находятся светила с прямым восхождением $6^h + \Delta\alpha = 6^h40^m$. Наблюдения проводились в 11^h07^m , т.е. за 53 минуты до полудня. Т.е. прямое восхождение изучаемых звезд было $6^h40^m - 53^m = 5^h47^m$. Это одно из возможных значений прямого восхождения радианта. Как и было сказано в условии, мы пренебрегли разницей между солнечным и звездным временем, так как за 53 минуты расхождение шкал будет менее 10 секунд, а точность изложенного наблюдения – 1 минута.

Второе возможное значение прямого восхождения должно соответствовать нижней кульминации светила: 17^h47^m .

Второй этап наблюдения за метеорами состоял в том, чтобы перенаправить радар на 38° вдоль горизонта в сторону юга в новую точку. Таким образом, азимут этой точки наблюдения будет 38° , и радаром будут фиксироваться светила на вертикалах с астрономическими азимутами

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

38° или 218° . Первый метеор был обнаружен радаром через $12^{\text{ч}}45^{\text{м}} - 11^{\text{ч}}07^{\text{м}} = 1^{\text{ч}}38^{\text{м}}$.

Так как неизвестно был ли наблюдаемый метеор в верхней или в нижней кульминации, то необходимо рассмотреть оба варианта. Если при первоначальном обнаружении радиант находился в верхней кульминации ($t = 0$), то через $1^{\text{ч}}38^{\text{м}}$ он будет в западной полусфере неба, и ему может соответствовать только азимут $A = 38^\circ$. Если же радиант располагался в нижней кульминации над точкой севера, то после перемещения радара для него допустима только восточная полусфера и азимут -218° .

Рассмотрим для начала первый вариант. Для этого построим параллактический треугольник (рис. 2). В нем нам известны часовой угол $t = 1^{\text{ч}}38^{\text{м}} = 24,5^\circ$, азимут $A = 38^\circ$ и широта места наблюдения $\varphi = 48^\circ$.

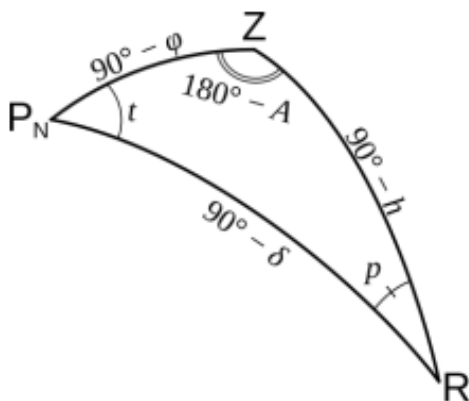


Рисунок 2 – Параллактический треугольник

Воспользуемся сферической теоремой косинусов для нахождения параллактического угла [2]:

$$\cos p = -\cos t * \cos (180^\circ - A) + \sin t * \sin(180^\circ - A) * \cos(90^\circ - \varphi) = \cos t * \cos A + \sin t * \sin A * \sin \varphi \quad (2)$$

Рассчитаем по формуле (2): $\cos p = \cos 24,5^\circ * \cos 38^\circ + \sin 24,5^\circ * \sin 38^\circ * \sin 48^\circ = 0,910 * 0,788 + 0,415 * 0,616 * 0,743 = 0,907$.

Тогда получаем $p = \arccos 0,907 \approx 24,9^\circ$.

Чтобы найти склонение радианта, нужно воспользоваться теоремой синусов для сферического треугольника [2]:

$$\frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(180^\circ - A)} = \frac{\sin(90^\circ - \varphi)}{\sin p} \Rightarrow \cos \delta = \frac{\cos \varphi * \sin A}{\sin p} \quad (3)$$

$$\text{По формуле (3): } \cos \delta = \frac{\cos 48^\circ * \sin 38^\circ}{\sin 24,9^\circ} = \frac{0,669 * 0,616}{0,422} = 0,977$$

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Тогда склонение светила равно $\delta_1 = \arccos 0,977 = \pm 12,3^\circ$.

На широте 48° над горизонтом поднимаются объекты со склонением вплоть до -42° , поэтому возможны оба знака. Один из способов определить верный знак, это воспользоваться формулой пяти элементов [1] и вычислить склонение через синус:

$$\sin \delta = \frac{\cos t * \sin A * \sin \varphi - \sin t * \cos A}{\sin p} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Рассчитаем: } \sin \delta &= \frac{\cos 24,5^\circ * \sin 38^\circ * \sin 48^\circ - \sin 24,5^\circ * \cos 38^\circ}{\sin 24,9^\circ} \\ &= \frac{0,910 * 0,616 * 0,743 - 0,415 * 0,788}{0,421} = 0,213 \end{aligned}$$

Получаем $\delta = 12,3^\circ$. В целом, можно ограничиться нахождением склонения посредством этой формулы и использовать ее вместо теоремы синусов сразу после вычисления параллактического угла. Однако использование обеих формул и получение одинакового по модулю числа позволяет убедиться в достаточной точности расчетов, поэтому является более правильным.

Ранее мы уточняли, что возможны два варианта расположения светила: в верхней и в нижней кульминации. Рассмотрим второй вариант, когда светило в восточной полусфере и азимут равен 218° . Повторив вычисления по формулам (2) – (4), получим значение $p = 155,1^\circ$, а склонение $\delta = 167,7^\circ$, и результат не попадает в область $\pm 90^\circ$. Таким образом, ситуация с нахождением светила в нижней кульминации при данных условиях является невозможной.

Решение задачи завершено: найденные координаты радианта метеоритного потока позволят в дальнейшем вычислить положение метеоритов в любое интересующее нас время, а также заранее настроить аппаратуру для их изучения, направив ее на необходимый участок небесной сферы.

Таким образом, сферическая геометрия как основа сферической астрономии является важным краеугольным камнем для прикладной астрономии, в частности для решения задач навигации.

Литература

1. Жаров В. Е. Сферическая астрономия / В. Е. Жаров. – Фрязино, 2006. – 480 с.
2. Куликов К. А. Курс сферической астрономии / К. А. Куликов. – Москва : Наука, 1976. – 232 с.

СЕКЦИЯ 2

Экономико-математическое моделирование

Руководитель: Гладкова Людмила Анатольевна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры математики и математических методов в экономике
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Матюшина Мария

студентка 1 курса Экономического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

2-е место

Фоменко Виктория

студентка 4 курса Факультета экономики и бизнеса
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

3-е место

Криворотов Дмитрий

студент 3 курса Экономического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Ван Амеронген Роман

1 курс, Факультет экономики и бизнеса,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: psewdokot@gmail.com

Руководитель: Сухинина Ольга Анатольевна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: soa-72@yandex.ru

БАЛАНСОВАЯ МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА

Межотраслевой баланс в экономике – это метод анализа взаимосвязей между различными секторами экономической системы. Межотраслевой баланс (МОБ), также известный как метод «затраты-выпуск», является экономико-математической моделью, которая описывает взаимосвязи между различными секторами производства в экономике страны. Эта модель позволяет анализировать и изучать, как изменения в одном секторе влияют на другие сектора и в целом на экономику страны. Результатом такого анализа является более глубокое понимание структуры и взаимодействия между отраслями производства в экономике, что помогает принимать более обоснованные экономические решения. Характеризует связи между выпуском продукции в одной отрасли и затратами, расходом продукции всех участвующих отраслей, необходимым для обеспечения этого выпуска. Межотраслевой баланс составляется в денежной и натуральной формах. Предположим, что исследуемую экономическую систему можно разделить на несколько отраслей (секторов), производящих определенные товары и услуги (сельское хозяйство, промышленность, транспорт, энергетика и т.п.). При производстве товаров и услуг в каждом секторе расходуются ресурсы в виде сырья, рабочей силы, оборудования и др., которые производятся как в других секторах хозяйства, так и в данном секторе. Это означает, что внутри экономической системы каждый сектор играет двойную роль - он является и производителем, и потребителем. Основной задачей балансового анализа является определение того, сколько продукции должен произвести каждый сектор для того, чтобы оптимально удовлетворить все потребности экономической системы в его продукции. [1, с. 928]

Василием Леонтьевым была предложена балансовая модель универсального характера по отношению к различным типам экономических систем. В рамках этой модели действует предположение об установлении спроса потребителей на продукты вне зависимости от их цен, а также спроса производителей на ресурсы вне зависимости от их цены. Для

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

рассматриваемой модели уровень цен не является существенным фактором, что позволяет не принимать их во внимание.

Исключение из модели механизма рыночного ценообразования позволяет не принимать во внимание и саморегулирующийся механизм рыночной экономики, заставляющий ее стремиться к равновесному оптимальному состоянию. В рамках данной модели достижение равновесия обусловлено целенаправленным государственным воздействием. Модель Леонтьева выступает в качестве теоретической основы, обеспечивающей принятие государственных управленческих решений. Модель дает возможность расчета оптимальных значений регулируемых экономических показателей при любом уровне заданных значений экзогенных, неуправляемых показателей.

Взаимосвязь между двумя отраслями играет важную роль в понимании модели, в которой каждая из отраслей действует как экономический субъект. В рамках этой модели происходит производство единого продукта с использованием нескольких ресурсов. Важно отметить, что в данной модели не происходит разделение продуктов и ресурсов. Фактически, продукты могут выступать в качестве ресурсов, а ресурсы – в качестве продуктов.

В рамках модели Леонтьева существует важное предположение о линейной зависимости между показателями объема производства и использования ресурсов. Другими словами, предполагается, что существует постоянный эффект от масштаба производства в разных отраслях экономики. В результате данной модели называют линейной балансовой моделью или межотраслевой балансовой моделью. [2]

Если обобщить, то в основе линейной балансной модели Леонтьева лежат следующие предположения:

1. В экономической системе производятся, продаются, покупаются, потребляются и инвестируются n число продуктов;

2. Каждая отрасль является "чистой", т.е. производит только один продукт, совместное производство различных продуктов исключается. Различные отрасли выпускают разные продукты;

3. Под производственным процессом в каждой отрасли понимается преобразование некоторых (возможно, всех) типов продуктов в определенный продукт. При этом соотношение затраченного продукта и выпускаемого предполагается постоянным. Таким образом, если для производства единицы j -го продукта надо затратить a_{ij} единиц i -го продукта, то выпуск λ единиц j -го продукта потребует λa_{ij} единиц i -го продукта.

Итак, вне зависимости от масштабов производств удельный выпуск и соотношение затрат предполагаются постоянными. [3, с. 28].

Центральным элементом матричных моделей является так называемый межотраслевой баланс. Он представляет собой таблицу,

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

характеризующую связи между различными отраслями экономики страны. Общая структура межотраслевого баланса представлена на рис 1.

Отрасли	1	2	...	j	...	n	Итого	Конечная продукция	Валовая продукция
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}	$\sum_{j=1}^n x_{1j}$	y_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}	$\sum_{j=1}^n x_{2j}$	y_2	X_2
...								...	...
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}	$\sum_{j=1}^n x_{ij}$	y_i	X_i
...								...	...
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nj}	...	x_{nn}	$\sum_{j=1}^n x_{nj}$	y_n	X_n
Итого	$\sum_{i=1}^n x_{i1}$	$\sum_{i=1}^n x_{i2}$	...	$\sum_{i=1}^n x_{ij}$	...	$\sum_{i=1}^n x_{in}$	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij}$	$\sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n x_{ij}$
Условно чистая продукция	V_1	V_2	...	V_j	...	V_n	$\sum_{j=1}^n V_j$		
Валовая продукция	X_1	X_2	...	X_j	...	X_n	$\sum_{j=1}^n X_j$		

Рисунок 1 – Общая структура межотраслевого баланса

Производственная сфера экономики представлена в балансе в виде совокупности n отраслей. Балансовый характер этой таблицы выражается в том, что при любом $i = 1, \dots, n$ должно выполняться соотношение (1):

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + y_i \quad (1)$$

Баланс состоит из четырех разделов (квадрантов). Первый квадрант представляет собой матрицу, состоящую из $(n+1)$ строки и $(n+1)$ столбца. Этот раздел является важнейшей частью баланса, поскольку именно здесь содержится информация о межотраслевых связях. Величина x_{ij} , находящаяся на пересечении i -й строки и j -го столбца, показывает, сколько продукции i -й отрасли было использовано в процессе материального производства j -й отрасли. Величины x_{ij} , характеризуют межотраслевые поставки сырья, материалов, топлива и энергии, обусловленные производственной деятельностью.

В i -й строке величины $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in}$ описывают распределение продукции i -й отрасли как средства производства для других отраслей.

Величины $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{nj}$ j -го столбца в этом случае будут описывать потребление j -й отраслью сырья, материалов, топлива и энергии на производственные нужды. Таким образом, первый раздел баланса предоставляет комплексную информацию о распределении производимой продукции для удовлетворения текущих потребностей всех n отраслей материального производства. Мы рассматриваем баланс в стоимостном выражении, в котором потоки продукции измеряются на основе стоимости

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

произведенной продукции в некоторых фиксированных ценах. Поскольку в этом случае величины x_{ij} отражают стоимость продукции, т.е. измеряются в одних и тех же единицах, их можно просуммировать.

Величина $\sum_{i=1}^n x_{ij}$ представляет собой сумму всех поставок i -й отрасли другим отраслям.

Сумма по столбцу $\sum_{i=1}^n x_{ij}$ характеризует производственные затраты j -й отрасли на приобретение продукции других отраслей.

На пересечении $(n+1)$ -й строки и $(n+1)$ -го столбца находится величина $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij}$ – так называемый промежуточный продукт экономики.

Второй раздел посвящен конечному продукту. Столбец конечного продукта – $(n+2)$ -й столбец. Величина y_i – потребление продукции i -й отрасли, не идущее на текущие производственные нужды. В конечную продукцию включаются: накопление, возмещение выбытия основных средств, прирост запасов, личное потребление населения, расходы на содержание государственного аппарата, здравоохранение, оборону и т.д., а также сальдо экспорта и импорта. Ко второму разделу относится также столбец валовых выпусков (X_i).

В пределах первого и второго разделов справедливо соотношение:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i, i = \overline{1, n} \quad (2)$$

Третий раздел межотраслевого баланса отражает стоимостную структуру валового продукта отраслей. В $(n+2)$ -й строке таблицы отражена условно чистая продукция (V_j), представляющая собой разницу между величиной валовой продукции отрасли и суммарными затратами отрасли:

$$V_j = X_j - \sum_{i=1}^n x_{ij}, j = \overline{1, n} \quad (3)$$

Условно чистая продукция подразделяется на амортизационные отчисления и чистую продукцию отрасли. Важнейшими составляющими чистой продукции отрасли являются: заработная плата, прибыль и налоги.

Можно показать, что суммарный конечный продукт равен суммарной условно чистой продукции: $(\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{j=1}^n V_j)$

Из соотношений (2) и (3):

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i, i = \overline{1, n},$$

$$X_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + V_j, j = \overline{1, n}.$$

Просуммируем первое равенство по i , а второе – по j , получим (4):

$$\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^n y_i \quad (4).$$

Левые части выражений равны, значит, равны и правые, получим (5):

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^n y_i = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n V_j \quad (5).$$

Разделим обе части уравнения на $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij}$, и получим (6), что и требовалось доказать: $\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{j=1}^n V_j$ (6).

Таким образом, в третьем разделе также фигурирует конечный продукт, но если во втором разделе он разбивается на величины y_i ,

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

характеризующие структуру потребления, то в третьем разделе величины V_j , показывают, в каких отраслях произведена стоимость конечного продукта. Четвертый раздел располагается под вторым. Он характеризует перераспределительные отношения в экономике, осуществляемые через финансово-кредитную систему. В плановых расчетах четвертый раздел, как правило, не используется. Модель МОБ применяется для специального детального анализа макроэкономического равновесия трудовых ресурсов общества и объемов выпуска продукта, производства и распределения основных производственных фондов для других целей. Межотраслевой баланс играет важную роль в исследовании макроэкономической динамики, позволяя нам раскрыть сложные взаимосвязи между ценами в макроэкономике. Он также является ценным инструментом для оценки материальных и трудовых издержек и для определения добавленной стоимости. Метод «затраты – выпуск» предоставляет информацию, которую практически невозможно получить, применяя другие методы и модели макроэкономического анализа. Итак, данный межотраслевой баланс – это способ представления статистической информации об экономике страны. Он строится на основе агрегирования результатов деятельности отдельных предприятий. Такой баланс называют отчетным.

Практическое применение модели В. Леонтьева. В США после Второй мировой войны под руководством В. Леонтьева была составлена матричная таблица, включающая 400 отраслей экономики США. Результаты экономического анализа были использованы для прогнозирования занятости населения во все периоды. Модель В. Леонтьева позволила смягчить топливный кризис 1970 г., продовольственный – 1972–1974 гг., экологический – конца 70-х начала 80-х годов. На основе межотраслевого баланса рассчитываются макроэкономические показатели, промежуточное потребление, затраты ресурсов, осуществляется анализ влияния спроса, цен, изменений в заработной плате на экономику в целом и на отдельные отрасли. В результате анализа межотраслевого баланса можно выявить потенциальные проблемные зоны в экономике, определить перспективные отрасли для инвестиций или развития, а также принять эффективные меры по улучшению экономической ситуации в стране.

Показатели межотраслевого баланса могут использоваться и для сравнения производственных структур и результатов между различными странами. В. Леонтьев расширил этот подход на группы стран различных континентов и в итоге на весь мировой экономический комплекс. В отличие от К. Маркса, который разделял экономику на два основных сектора - производство средств производства и потребления, В. Леонтьев предложил увеличить количество отраслей по собственному усмотрению с целью сбора данных. Его методика заполнила практическим содержанием теорию общего экономического равновесия, способствуя совершенствованию математического аппарата и созданию динамических моделей реальной

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

экономики. Она также способствовала улучшению системы национальных счетов. Начальным этапом применения метода "затраты - выпуск" является изучение структуры путем анализа вектора структурных коэффициентов. Эти коэффициенты представляют собой количественные связи между затратами на производство и результатом работы каждого отдельного сектора экономики. Экономический анализ этих связей основан на статистических данных за конкретный период и выражен в материально-вещественной форме. В качестве примера использую трехсекторную модель межотраслевого баланса, предложенную В. Леонтьевым. Модель включает в себя: сельское хозяйство, промышленность и домашнее хозяйство. Всю продукцию сельского хозяйства предлагается привести к зерну, промышленности – к ткани, а домашнее хозяйство – к человеко-годам труда.

Таблица 1 – Трехсекторный баланс

из	в	Сельское хоз-во	Промышленность	Домашнее хоз-во	Общий выпуск
Сельское хоз-во		24	20	55	100 бушелей зерна
Промышленность		14	6	30	50 ярдов ткани
Домашнее хоз-во		80	180	40	300 человеко- лет труда

Соблюдаем такой же принцип стоимостного баланса в денежных единицах, включая дополнительную добавленную стоимость. Эта стоимость включает заработную плату, амортизационные отчисления, налоги и другие издержки, которые каждое предприятие понесло, помимо платежей за ресурсы из других отраслей. В последнее время большое внимание уделяется экономическим аспектам охраны окружающей среды. Взгляд на проблему охраны окружающей среды должно быть государственным, как предлагает В. Леонтьев. Он предлагает включить альтернативную стоимость загрязнения окружающей среды в национальный доход и взимать это через особый налог у корпораций для восстановления окружающей среды. Очень занимательный анализ экономических потоков в развитых и развивающихся странах, представленный автором. Из его исследований видно неравенство в обмене: товары развитых стран продаются по высокой цене, в то время как сырьевые ресурсы развивающихся стран – по низкой, что приводит к дисбалансу обмена в пользу развитых стран. Таким образом, важно учитывать не только прямые издержки производства, но и косвенные расходы, связанные с воздействием на окружающую среду. Использование альтернативной

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

стоимости загрязнения при расчете национального дохода может способствовать более справедливому распределению экономических ресурсов и стимулировать компании к соблюдению экологических стандартов.

Модель В. Леонтьева дает прочную основу государственного регулирования экономики посредством прогнозирования возможных путей развития экономики. В. Леонтьев писал: «Чтобы прогнозировать развитие экономики, нужен системный подход. Экономика каждой страны – это большая система, в которой много разных отраслей, и каждая из них что-то производит промышленные товары, услуги, которые передаются другим отраслям. Каждое звено, компонент системы может существовать только потому, что оно получает что-то от других». В вопросе о государственном бюджете он ратовал за четкое пополнение его доходной части посредством трех видов налогов: на доходы частных лиц и корпораций; на расходы продажи, акцизы, импортные тарифы; на собственность земля, дома и строения. Расходная часть бюджета должна быть направлена не только на удовлетворение чисто социальных потребностей, но и на решение экономических задач через государственные инвестиции в строительство дорог, портов, субсидирование продовольственных программ. Так, в США до 78% субсидий сельскому хозяйству шли на антикризисные программы по поддержке низких цен на продовольствие.

Модель В. Леонтьева и метод "затраты - выпуск" являются одними из наиболее широко используемых инструментов в социально-экономическом прогнозировании. Они позволяют анализировать взаимосвязи и влияние различных отраслей экономики друг на друга, а также оценивать эффективность общественного производства и оптимальное соотношение потребления и накопления капитала.

Динамические модели, основанные на модели в. Леонтьева, позволяют учитывать изменения в структуре экономики и рассчитывать темпы и пропорции развития отдельных отраслей. Это позволяет прогнозировать возможные тенденции развития экономики и принимать обоснованные решения по управлению ресурсами и инвестициям.

Исследования, проводимые с применением модели в. Леонтьева, также позволяют оценить ценообразование на рынке и степень сбалансированности экономики. Анализируя данные о затратах и выпуске в различных отраслях, исследователи могут выявить узкие места и проблемные сферы, которые требуют вмешательства со стороны государства или бизнеса.

Таким образом, модель в. Леонтьева и метод "затраты - выпуск" играют важную роль в прогнозировании развития территориальных систем и позволяют более точно анализировать экономические процессы. Их применение обеспечивает более эффективное управление экономикой и

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

помогает принимать обоснованные решения по развитию отраслей и секторов экономики. [1, с. 929-930]

В различных областях деятельности существуют постоянные закономерности, которые могут быть строго формализованы с использованием математических моделей. Однако разработка таких моделей является крайне сложным процессом, так как необходимо создать адекватное представление реальных явлений. Математическая модель в экономике играет важную роль, позволяя конструировать идеальные экономические процессы с высокой степенью точности и выявлять их существенные свойства. Модель В. Леонтьева, основанная на алгебре матриц, использует матричный анализ для определения связей между отраслями через выпуск и потребление различных видов продукции. Эта модель является ярким примером применения математических методов в экономике. Особенность модели В. Леонтьева заключается в том, что она не ограничивает количество материальных и стоимостных потоков национального хозяйства, исходя из объема информации и доступных вычислительных средств. Межотраслевой баланс позволяет оценить экономический путь и прогнозировать развитие экономики. Метод "затраты - выпуск" имеет свои достоинства, такие как системное планирование отраслей с учетом их важности, но также присутствуют недостатки, включающие сложности сбора и обработки большого объема статистической информации и недостаточную динамику отраслей из-за периодичности процесса.

Литература

1. Ризванова М.А. Применение модели межотраслевого баланса В. Леонтьева в прогнозировании экономики / М.А. Ризванова // Вестник Башкирского университета. – 2015. – Т. 20, № 3. – С. 928-930.
2. Инна Смирнова. Модели Леонтьева. Балансовые соотношения // Образовательный портал «Справочник». – 2023. – URL: https://spravochnick.ru/ekonomicheskaya_teoriya/modeli_leonteva_balansovye_sootnosheniya/
3. Колемаев В. А. Математическая экономика: Учебник для вузов / В.А. Колемаев. – 2-е изд. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 285 с.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Горлова Елизавета

1 курс, Факультет экономики и бизнеса,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,

г. Алчевск, Россия

e-mail: gorlova.elizavetka@mail.ru

Руководитель: Сухинина Ольга Анатольевна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,

г. Алчевск, Россия

e-mail: soa-72@yandex.ru

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭТАПОВ ПОСТРОЕНИЯ
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Современная экономическая наука широко использует математические методы как для решения прикладных и практических задач, так и для теоретического моделирования социально-экономических явлений и процессов. Математические методы стали неотъемлемой частью методологии всех экономических наук, включая экономическую теорию. Их использование в сочетании с детальным экономическим анализом открывает новые возможности для экономической науки и практики.

Целью математического моделирования экономических систем является использование математических методов для наиболее эффективного решения задач, возникающих в области экономики, в принципе с применением современных компьютерных технологий.

Практическими задачами экономико-математического моделирования являются, во-первых, анализ экономических объектов; во-вторых, экономическое прогнозирование, предсказание развития экономических процессов и поведения отдельных показателей; в-третьих, разработка управленческих решений на всех уровнях управления.

Прежде всего, рассмотрим, что подразумевается под термином "модель". Это понятие широко используется в различных сферах человеческой деятельности и имеет множество значений. Модель – это материально или мысленно представленный объект, который заменяет объект-оригинал в процессе исследования.

Теперь рассмотрим, в чем заключается суть экономико-математического моделирования. Моделирование – это циклический процесс. Это означает, что после первого четырех этапного цикла следуют второй и третий этапы и так далее. При этом знания об объекте исследования расширяются и уточняются, а исходная модель постепенно совершенствуется. Недостатки, обнаруженные после первого цикла

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

моделирования, связанные с плохим знанием объекта или ошибками в построении модели, могут быть исправлены в последующих циклах.

Необходимость использования методов моделирования определяется тем, что многие объекты (или проблемы, связанные с этими объектами) – могут быть и вовсе не исследованы, или такое исследование требует много времени и средств.

Метод моделирования включает в себя три элемента: субъект (исследователь), объект исследования и модель, опосредующую отношения между познающим субъектом и познаваемым объектом.

Основополагающими в этом подходе являются следующие аспекты:

1. Построение модели. Для того чтобы моделировать экономические процессы, необходимо разработать математические модели. Математическая модель должна отражать основные характеристики системы и взаимосвязи между элементами.

2. Сбор данных. Для построения модели необходимы данные, достоверно отражающие состояние и динамику экономической системы. Проведение опросов и анализ статистических данных помогут получить необходимую информацию.

3. Параметризация модели. Для того чтобы использовать модель для прогнозирования и оптимизации, необходимо задать параметры модели. Параметры могут отражать различные характеристики исследуемой системы.

4. Оценка модели. После того как модель построена и параметры выбраны, необходимо оценить ее достоверность и точность. Это позволяет проверить, насколько модель соответствует реальным явлениям и может быть использована для прогнозирования.

5. Применение модели. После проверки и оценки модель может быть использована для анализа различных сценариев экономического развития, определения стратегии развития предприятия или оптимизации производственного процесса.

Приведем подробный пример экономико-математического моделирования: Предположим, что у нас есть модель экономики страны, включающая следующие переменные:

1. ВВП (валовой внутренний продукт) – общая стоимость всех произведенных товаров и услуг в стране за определенный период времени.

2. Инфляция - уровень роста цен на товары и услуги в стране.

3. Безработица - процент людей, не имеющих работы, но ищущих ее.

4. Инвестиции - сумма денег, вложенных в производство товаров и услуг в стране.

5. Потребление - общая сумма денег, потраченная на приобретение товаров и услуг в стране.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Для моделирования экономики страны мы можем использовать систему уравнений, описывающих взаимосвязь между этими переменными. Например, мы можем построить следующую систему уравнений:

$$GDP = C + I + G + NX$$

Где: GDP – валовой внутренний продукт; C – потребление; I – инвестиции; G – государственные расходы; NX – чистый экспорт (разница между экспортом и импортом)

2. Инфляция = (Уровень цен в текущем году – Уровень цен в прошлом году) / Уровень цен в прошлом году 100

3. Безработица = (Количество безработных / Общее количество рабочей силы) 100

4. Инвестиции = Сохранения + Кредиты

5. Потребление = Доход – Сбережения.

С использованием этих уравнений мы можем анализировать влияние различных факторов (например, уровня потребления, инвестиций, государственных расходов) на экономические показатели (ВВП, инфляция, безработица) и прогнозировать их будущее поведение.

В заключение данной работы по теме "Исследование этапов построения экономико-математических моделей" подведем итоги:

Модель – это материальное или мысленное представление объекта, которое заменяет предмет (оригинал) в процессе исследования.

Главная особенность моделирования заключается в том, что оно является способом опосредования познания с помощью объекта-заместителя. Модель функционирует как особый инструмент познания, который исследователь помещает между собой и объектом и с помощью которого он изучает интересующий его объект. Именно эта особенность метода моделирования определяет специфические формы использования абстракций, аналогий, гипотез и других категорий, и методов познания.

Литература

1. Егорова, Н.Е. Предприятия и банки: Взаимодействие. Экономический анализ. Моделирование / Н.Е. Егорова, А.М. Смулов. – Москва: Дело, 2002. – 453 с.

2. Пинегина, М.В. Математические методы и модели в экономике: учебное пособие для студентов вузов экономических специальностей / М.В. Пинегина. – Москва: Экзамен, 2004. – 127 с.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Криворотов Дмитрий

3 курс, Экономический факультет,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

e-mail: dimonalimim@gmail.com

Руководитель: Колесник Любовь Ивановна,

кандидат технических наук, доцент

доцент кафедры математики и математических методов в экономике,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

e-mail: lyu2630@yandex.ru

**ПЕРСПЕКТИВЫ СОТРУДНИЧЕСТВА ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ
РЕСПУБЛИКИ И РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
В СФЕРЕ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА**

Введение. Экономическое развитие Донецкой Народной Республики происходит в кризисных условиях. Политическая и экономическая нестабильность, несовершенство нормативно-правовой базы, потеря рынков сбыта препятствуют развитию экономики региона. Агропромышленный комплекс (АПК) ДНР находится на стадии становления и развития. Однако в данный момент экономика ДНР, как экономика с выраженной государственной зависимостью, самостоятельно не способна поддерживать длительный рост в связанных с сельским хозяйством отраслях, а соответственно, и продовольственную безопасность [1]. С целью преодоления данного барьера предпочтительным подходом является взаимовыгодное сотрудничество с государством, имеющим большой опыт в развитии с/х. Таким государством является Республика Беларусь.

Вопросы международного экономического сотрудничества исследовали Брэд Макдональд (МВФ), Джулия Нильсон (ОЭСР), Хосе Синьоре (Всемирный банк), Алекс Кек (ВТО) и другие ученые.

Целью данной работы являются определение потенциального объема экономического сотрудничества в сфере АПК между ДНР и Республикой Беларусь в 2024-2025 гг.

Основная часть. Проанализируем состояние АПК в нашем регионе и в ближайшей богатой опытом развития с/х Республике Беларусь [2]. Для этого представим полученные данные в виде таблицы 1, где: y_1 – производство с/х техники (ед.), x_1 – производство с/х продукции (млн. тонн), x_2 – глобальный инновационный индекс, x_3 – государственная поддержка с/х (млрд. руб.), x_4 – количество с/х организаций (ед.), x_5 – численность занятых в с/х (тыс. чел.).

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Как видно из приведенной таблицы 1, производство сельскохозяйственной техники в ДНР сильно пострадало в результате событий 2014 г. (необходимые инвестиции для возобновления производства в прежних объемах оцениваются от 3,3 до 5,8 млрд. долл. США [3]), однако имеет тенденцию к восстановлению, что также прослеживается по полученным прогнозным данным: в 2023 г. – 280 ед., в 2024 г. – 305 ед., в 2025 г. – 330 ед.

Таблица 1 – Зависимость производства сельскохозяйственной техники от основных показателей с/х в Республике Беларусь и в Донецкой Народной Республике

Год	y ₁		x ₁		x ₂		x ₃		x ₄		x ₅	
	Беларусь	ДНР	Беларусь	ДНР	Беларусь	ДНР	Беларусь	ДНР	Беларусь	ДНР	Беларусь	ДНР
2014	5000	1100	13,90	8,60	31,9	36,3	51,68	11,000	805	1029	413,9	117,80
2015	5400	145	14,30	0,76	32,1	14,8	60,30	0,112	817	91	404,4	14,35
2017	5800	150	15,70	0,77	32,3	14,8	68,90	0,122	904	94	385,9	14,68
2019	6200	220	16,10	0,85	33,4	14,9	69,77	0,136	941	99	379,0	15,01
2020	6600	210	16,58	0,88	34,1	14,8	75,79	0,137	978	98	373,4	15,44
2021	7000	230	16,79	0,91	34,6	14,9	76,41	0,144	991	103	369,9	16,10
2022	7400	260	17,00	1,52	35,2	15,5	77,50	0,216	1036	106	368,8	15,20

Исследуем зависимость объема производства с/х техники от приведенных факторов. К сожалению, построить зависимость от всех приведенных 5 факторов не возможно из-за малого количества наблюдений. Поэтому ограничимся однофакторными зависимостями. Их получим с помощью Excel (рис. 1-5).

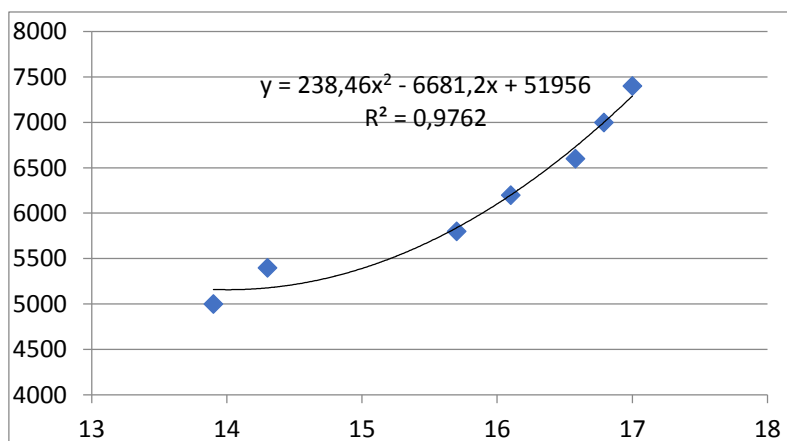


Рисунок 1 – Зависимость производства сельскохозяйственной техники от производства сельскохозяйственной продукции

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

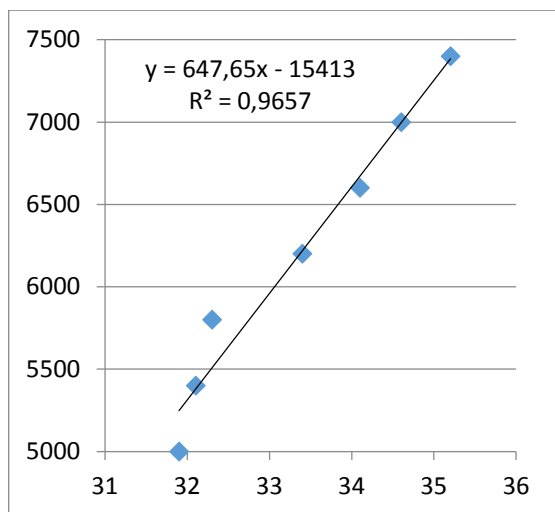


Рисунок 2 – Зависимость производства сельскохозяйственной техники от глобального инновационного индекса

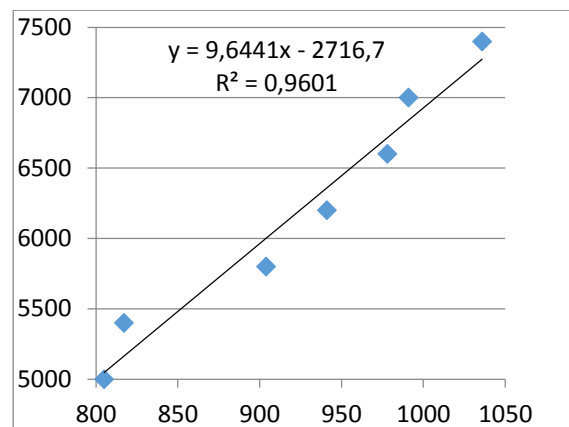


Рисунок 4 – Зависимость производства сельскохозяйственной техники от количества сельскохозяйственных организаций

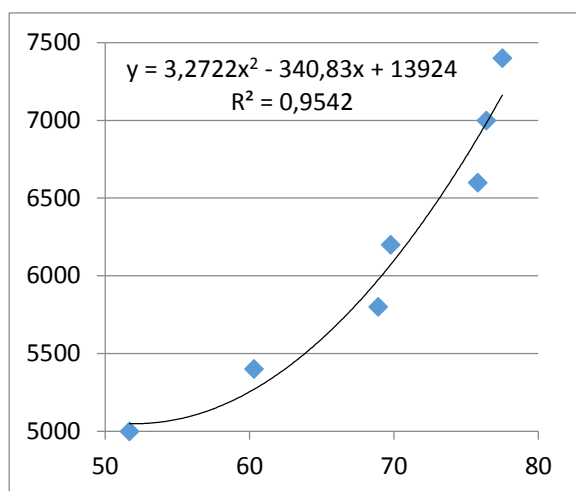


Рисунок 3 – Зависимость производства сельскохозяйственной техники от государственной поддержки сельского хозяйства

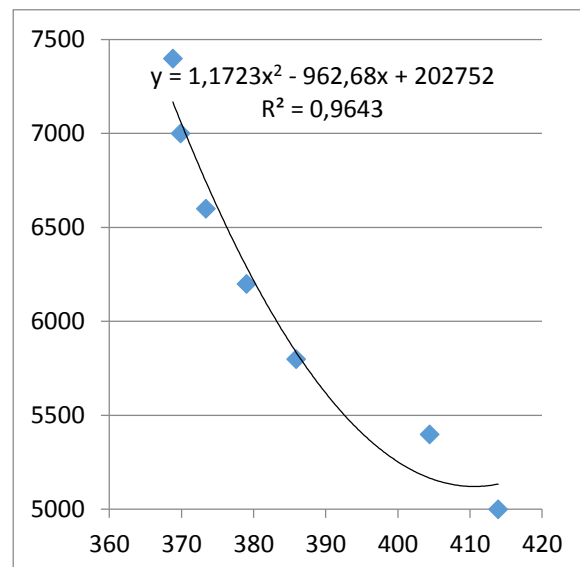


Рисунок 5 – Зависимость производства сельскохозяйственной техники от численности занятых в сельском хозяйстве

Поскольку расчетные кривые очень близко находятся от экспериментальных точек (это видно на приведенных рис. 1-5) делаем вывод, что производство сельскохозяйственной техники в Республике Беларусь находится в квадратической зависимости от производства сельскохозяйственной продукции, от государственной поддержки сельского хозяйства и от численности занятых в сельском хозяйстве и

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

линейно зависит от глобального инновационного индекса и от количества сельскохозяйственных организаций.

В результате прогноза значения зависимой переменной были получены следующие значения объема производства сельскохозяйственной техники в Республике Беларусь: в 2023 г. – 7700 ед., в 2024 г. – 8000 ед., в 2025 г. – 8400 ед. Несмотря на фактический и прогнозируемый рост производства, показатель обеспеченности сельскохозяйственной техникой в Беларуси падает [5]. Отмеченный пробел может восполнить машиностроительное производство в Донецкой Народной Республике [4].

Ускорить темпы роста производства можно многими способами, однако мировая экономическая история богата достаточно успешными примерами «восстановления через сотрудничество». Так, после геноцида 1997 г., экономика Руанды была практически уничтожена, как и её сельское хозяйство. КНР предоставила стране инвестиции, займы, гранты, тренинги и техническое сотрудничество посредством нескольких соглашений, что улучшило репутацию и место Китая на международной арене, а также расширило рынок и инвестиционные возможности [3]. Другим примером является соглашение о сотрудничестве в сфере развития с/х и водных ресурсов между Индией и Израилем в 2016 г. По этому соглашению Израиль предоставил Индии свои технологии по повышению урожайности, эффективному использованию воды, переработке отходов и биогазу. Взамен Индия предоставила доступ к своему огромному рынку и возможность участия в совместных научных проектах [3].

Продовольственная безопасность и ускорение темпов экономического роста в связанных с сельским хозяйством отраслях экономики являются одними из главных целей агропромышленного комплекса и политики государства. Достижение этих целей в Донецкой Народной Республике возможно за счет экономической поддержки Республики Беларусь. Фундаментом данного сотрудничества может стать использование Беларусью производственных мощностей ДНР на основе аренды или совместного производства для удовлетворения потребностей страны [1,3].

Основываясь на опыте международного экономического сотрудничества и оценке состояния АПК ДНР и Беларуси, экономически взаимовыгодным может стать соглашение на 2024-2025 гг., включающее:

– Беларусь предоставляет ДНР помощь в виде технического сотрудничества, обучения и консультаций, а также технологического обмена;

– ДНР предоставляет Беларуси возможность использовать для собственных нужд часть произведенной сельскохозяйственной техники по принципу:

- Международного лизинга в размере:

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Лизинговая плата = Количество техники * Средняя рыночная стоимость 1 ед. техники * Коэффициент лизинга * Срок лизинга =
= $60\% * (305 + 330) * 4000000 * 0,1 * 2 = 304,8$ млн. руб.

• Совместного производства при совместном инвестировании в 1 млрд. долл. США:

Прибыль от продажи сельскохозяйственной техники =
= (цена продажи 1 ед. - затраты на производство 1 ед.) * количество произведенной техники за 2 года =
= $(4000000 - 1760000) * (400 + (1100 * 0,25)) = 1,512$ млрд. руб.

Выводы. Таким образом, объем потенциального сотрудничества может составлять от 304,8 млн. руб. до 1,512 млрд. руб. Взаимовыгодное сотрудничество между Республикой Беларусь и Донецкой Народной Республикой в сфере АПК может стать ключевым фактором для акселерации экономического роста, укрепления продовольственной безопасности в ДНР, а также может способствовать обмену знаниями и технологиями. Для достижения этих целей необходимо разработать комплекс мер, включающих:

- Инвестиционные проекты в АПК ДНР, что позволит ускорить внедрение новых технологий и повысить уровень производства.
- Создание совместных предприятий, что позволит объединить усилия в производстве с/х техники и обмене технологиями.
- Модернизация и развитие сельскохозяйственной инфраструктуры в ДНР.

Литература

1. Анализ состояния агропромышленного комплекса ДНР и определение перспектив его развития / Е. Г. Курган, Т. В. Каденец, О. Ю. Савченко. - Донецк, 2018. - 10 с.
2. Экономические вопросы развития сельского хозяйства Беларуси / «Институт системных исследований в АПК Национальной академии наук Беларуси». - Минск, 2023. - 310 с.
3. Subsidies, trade and international cooperation / подготовлено сотрудниками IMF, OECD, World Bank, WTO. - Washington, DC, 2022.-47 с.
4. Официальный сайт Росстата. – Режим доступа: <https://rosstat.gov.ru>.
5. Официальный сайт Белстата. – Режим доступа: <https://www.belstat.gov.by>.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Матюшина Мария

1 курс, Экономический факультет
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: matiushina2006@gmail.com

Руководитель: Гладкова Людмила Анатольевна

кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры математики и математических методов в экономике,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: l.gladkova@donnu.ru

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ
ЛИКВИДНОСТЬЮ БАНКА**

Управление ликвидностью является одним из базовых управленческих процессов в финансовом менеджменте банка. Соответствующая проблематика в научных публикациях актуальна на протяжении последних лет. В этой связи следует упомянуть работы С. В. Солониной [4, с. 61-69], Н. Е. Егоровой, А. М. Смудова [2, с. 75-147], в которых убедительно представлен теоретический базис для управления ликвидностью банка. Базовые экономические модели банковской деятельности представлены в работе П. В. Конюховского [3, с.9-44]. Методические подходы к моделированию развивает в своей работе Л. А. Гладкова [1, с.36-47].

Основным источником дохода банков является процентный доход от размещения средств (преимущественно в форме кредитов), при этом большая часть размещаемых средств – это средства, привлекаемые банком на платной основе. Таким образом, основная задача банка состоит в оптимальном привлечении и размещении средств.

Одним из факторов, определяющих политику банка в сфере привлечения и размещения средств, является необходимость соблюдения нормативов ликвидности, которые налагают определенные ограничения на объём и структуру привлечения и размещения средств (в частности, по видам инструментов и срокам).

Таким образом, целесообразным представляется проактивное управление привлечением и размещением средств банка. Суть такого управления, в отличие от реактивного управления, где управляющие воздействия являются реакцией на изменение состояния объекта управления, состоит в том, чтобы и объект, и субъект управления были ориентированы на изменение тенденций в их окружении. На основе анализа этих тенденций формируется управляющее воздействие для внесения изменений в исходные условия функционирования объекта.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

То есть управление ликвидностью банка сводится к задаче управления привлечением и размещением средств банка и учитывает следующие зависимости: экономические циклы; показатели делового цикла (процентные ставки, курс доллара, индекс инфляции; предложение депозитов, спрос на кредиты со стороны предприятий и организаций, населения, учитывающие эластичность объемов по ставкам; объем и сроки привлечения средств в каждом периоде времени; соблюдение нормативов ликвидности, максимизация процентного дохода.

На основе этих зависимостей задача управления ликвидностью банка может быть поставлена следующим образом:

На основе прогноза экономического цикла (процентных ставок, курса доллара, индекса инфляции) строятся функции привлечения и размещения средств, которые показывают, сколько банк может привлечь и разместить средств при определенном уровне экономических показателей, определяющихся стадией цикла, а также сроков. В результате решения оптимизационной задачи определяется, на какой период и под какой процент нужно привлечь и разместить средств, чтобы получить максимальный экономический эффект (процентный доход) при соблюдении нормативов ликвидности.

Спрос на кредиты состоит из спроса на долгосрочные (свыше 1 года) и краткосрочные (меньше 1 года) кредиты юридических лиц области (предприятий и организаций) и физических лиц области (населения). Предложение депозитов состоит из предложения долгосрочных (свыше 1 года) и краткосрочных (меньше 1 года) депозитов юридических лиц области (предприятий и организаций) и физических лиц области (населения).

Примем следующие обозначения модели:

Максимальные объёмы размещённых средств:

$L_{\max,i}^{e,s}$ – спрос на краткосрочные кредиты со стороны юридических лиц в i -м периоде;

$L_{\max,i}^{e,l}$ – спрос на долгосрочные кредиты со стороны юридических лиц в i -м периоде;

$L_{\max,i}^{p,s}$ – спрос на краткосрочные кредиты со стороны физических лиц в i -м периоде;

$L_{\max,i}^{p,l}$ – спрос на долгосрочные кредиты со стороны физических лиц в i -м периоде.

Максимальные объёмы привлечённых средств:

$D_{\max,i}^{e,s}$ – предложение краткосрочных депозитов со стороны юридических лиц в i -м периоде;

$D_{\max,i}^{e,l}$ – предложение долгосрочных депозитов со стороны юридических лиц в i -м периоде;

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

$D_{\max,i}^{p,s}$ – предложение краткосрочных депозитов со стороны физических лиц в i -м периоде;

$D_{\max,i}^{p,l}$ – предложение долгосрочных депозитов со стороны физических лиц в i -м периоде;

Фактические объемы размещённых средств (определяются в процессе оптимизации):

$L_i^{e,s}$ – фактический объём краткосрочных кредитов юридических лиц в i -м периоде;

$L_i^{e,l}$ – фактический объём краткосрочных кредитов юридических лиц в i -м периоде;

$L_i^{p,s}$ – фактический объём краткосрочных кредитов физических лиц в i -м периоде;

$L_i^{p,l}$ – фактический объём долгосрочных кредитов физических лиц в i -м периоде.

Фактические объёмы привлечённых средств (определяются в процессе оптимизации):

$D_i^{e,s}$ – фактический объём краткосрочных депозитов юридических лиц в i -м периоде;

$D_i^{e,l}$ – фактический объём долгосрочных депозитов юридических лиц в i -м периоде;

$D_i^{p,s}$ – фактический объём краткосрочных депозитов физических лиц в i -м периоде;

$D_i^{p,l}$ – фактический объём долгосрочных депозитов физических лиц в i -м периоде;

Фактические средние ставки по размещённым средствам (определяются в процессе оптимизации):

$r_i^{L,e,s}$ – фактическая средняя ставка по краткосрочным кредитам юридическим лицам в i -м периоде;

$r_i^{L,e,l}$ – фактическая средняя ставка по долгосрочным кредитам юридическим лицам в i -м периоде;

$r_i^{L,p,s}$ – фактическая средняя ставка по краткосрочным кредитам физическим лицам в i -м периоде;

$r_i^{L,p,l}$ – фактическая средняя ставка по долгосрочным кредитам физическим лицам в i -м периоде.

Фактические средние ставки по привлечённым средствам (определяются в процессе оптимизации):

$r_i^{D,e,s}$ – фактическая средняя ставка по краткосрочным депозитам юридических лиц в i -м периоде;

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

$r_i^{D,e,l}$ – фактическая средняя ставка по долгосрочным депозитам юридических лиц в i -м периоде;

$r_i^{D,p,s}$ – фактическая средняя ставка по краткосрочным депозитам физических лиц в i -м периоде;

$r_i^{D,p,l}$ – фактическая средняя ставка по долгосрочным депозитам физических лиц в i -м периоде;

K_i – капитал предприятий и организаций области в i -м периоде;

W_i – заработная плата работников юридических лиц области в i -м периоде;

R_i – выручка от реализованной продукции юридических лиц области в i -м периоде;

I_i – индекс инфляции в i -м периоде;

$k_i^{\$}$ – курс доллара США в i -м периоде;

Спрос на краткосрочные кредиты со стороны юридических лиц области представлен следующим соотношением:

$$L_{\max,i}^{e,s} = f_{Les}(K_i, r_i^{L,e,s}, I_i, k_i^{\$}). \quad (1)$$

Спрос на долгосрочные кредиты со стороны юридических лиц области представлен следующим соотношением:

$$L_{\max,i}^{e,l} = f_{LeI}(K_i, r_i^{L,e,l}, I_i, k_i^{\$}). \quad (2)$$

Спрос на краткосрочные кредиты со стороны физических лиц области представлен следующим соотношением:

$$L_{\max,i}^{p,s} = f_{Lps}(W_i, r_i^{L,p,s}, I_i, k_i^{\$}). \quad (3)$$

Спрос на долгосрочные кредиты со стороны физических лиц области представлен следующим соотношением:

$$L_{\max,i}^{p,l} = f_{Lpl}(W_i, r_i^{L,p,l}, I_i, k_i^{\$}). \quad (4)$$

Предложение краткосрочных депозитов со стороны юридических лиц области рассчитывается по формуле

$$D_{\max,i}^{e,s} = f_{Des}(R_i, r_i^{D,e,s}, I_i, k_i^{\$}). \quad (5)$$

Предложение долгосрочных депозитов со стороны юридических лиц области рассчитывается по формуле

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

$$D_{\max i}^{e,l} = f_{Del}(R_i, r_i^{D,e,l}, I_i, k_i^s) . \quad (6)$$

Предложение краткосрочных депозитов со стороны физических лиц области представлено следующим соотношением:

$$D_{\max,i}^{p,s} = f_{Dps}(W_i, r_i^{D,p,s}, I_i, k_i^s) . \quad (7)$$

Предложение долгосрочных депозитов со стороны физических лиц области представлено следующим соотношением:

$$D_{\max,i}^{p,l} = f_{Dpl}(W_i, r_i^{D,p,l}, I_i, k_i^s) . \quad (8)$$

Далее следует провести параметризацию данных функций на основе статистических данных, характеризующих развитие банковской системы и экономики региона. Для этого можно использовать такой математический аппарат, как минимизация суммы квадратов отклонений оценочных значений функции $\hat{f}$ от фактических f по следующей формуле:

$$\sum_{i=1}^n (f - \hat{f})^2 \rightarrow \min , \quad (9)$$

в предположении, что оценочное значение функции связано с её параметрами степенной зависимостью $\hat{f} = A \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}$. Для минимизации можно использовать надстройку табличного процессора Microsoft Excel «Поиск решения».

Литература

1. Гладкова Л. А. Моделирование экономической динамики при управлении хозяйственным комплексом региона (на примере Белгородской области) / Л. А. Гладкова // Вестник Института экономических исследований. – 2019. – № 3 (15). – С. 36-47.

2. Егорова Н. Е. Математические методы финансового анализа банковской деятельности (на примере крупного сберегательного банка) / Н. Е. Егорова, А. М. Смулов // Аудит и финансовый анализ. – 1998. – № 2. – С. 75-147.

3. Конюховский П. В. Микроэкономическое моделирование банковской деятельности / П. В. Конюховский. – СПб: Питер, 2001. – 224 с.

4. Солонина С. В. Теоретические аспекты управления ликвидностью в коммерческом банке / С. В. Солонина // Научный вестник Южного института менеджмента. – 2020. – № 1. – С. 61-69.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Прохоренко Ксения

1 курс магистратуры, Экономический факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: ksenya.prohorenko@yandex.ru

Руководитель: Гладкова Людмила Анатольевна

кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры математики и математических методов в экономике
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: gladnv00@mail.ru

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ**

Слово модель обозначает такой материальный или знаковый объект, который в процессе познания реальности заменяет объект-оригинал. В экономических науках применяют знаковые модели. Широко используют модели в виде схем, диаграмм, таблиц, графиков, математических формул и т.д. Экономико-математическая модель – математическое описание экономического процесса или объекта, произведенное в целях их исследования и управления ими: математическая запись решаемой экономической задачи [2].

Для получения новых знаний или нахождения нужных экономических решений модели позволяют заменять натурные эксперименты опытами над моделями. Вместе с тем модель не является точной копией оригинала, она должна адекватно отражать только такие характеристики объекта моделирования, которые подлежат изучению. Под адекватностью моделей понимают достаточно правильное отражение реальных объектов и явлений.

Исследование экономико-математических моделей нередко позволяет сделать достаточно общие выводы, которые можно рассматривать в качестве экономических законов и использовать в хозяйственной практике.

Практическими задачами моделирования являются, во-первых, анализ экономических объектов; во-вторых, экономическое прогнозирование, предвидение развития хозяйственных процессов; в-третьих, выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии. Экономико-математическое моделирование является важным компонентом в человеко-машинных системах планирования и управления народным хозяйством и экономическими единицами разного уровня.

Одним из основных преимуществ экономико-математического моделирования является возможность создания прогнозов на основе

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

статистических данных и исторических тенденций. Это позволяет более точно оценить вероятные изменения на рынке труда и разработать стратегии управления персоналом и ресурсами предприятия. Экономико-математическое моделирование играет ключевую роль в прогнозировании рынка труда, предоставляя инструменты для анализа и прогнозирования динамики занятости, безработицы и других параметров, определяющих состояние трудового рынка. Оно позволяет оценить влияние различных экономических факторов, таких как изменения в ВВП, инфляция, уровень инвестиций и т.д., на рынок труда. Эти прогнозы, хотя и не являются гарантиями будущего, дают ценную информацию для предприятий, принимающих инвестиционные решения, политиков, формулирующих экономическую политику, и частных лиц, планирующих свое финансовое благополучие [3].

Кроме того, экономико-математическое моделирование способствует выявлению возможных рисков и уязвимостей на рынке труда. Путем анализа различных сценариев и вариантов развития экономики можно определить потенциальные угрозы для занятости и принять меры по их минимизации.

Важной задачей экономико-математического моделирования является также определение оптимальных стратегий управления человеческими ресурсами. Анализ моделей позволяет оценить эффективность различных подходов к найму, обучению, мотивации и удержанию сотрудников, что в свою очередь способствует повышению производительности и конкурентоспособности предприятия.

Основные типы эконометрических моделей:

1. Модели временных рядов. Эти модели используются для анализа и прогнозирования временных последовательностей экономических показателей. Они включают в себя модели авторегрессии (AR), скользящего среднего (MA) и авторегрессии-скользящего среднего (ARMA).

2. Системы одновременных уравнений. Такие модели применяются для анализа сложных взаимосвязей между различными переменными. Они позволяют исследовать прямые и обратные связи между переменными, а также учитывать эндогенность некоторых переменных.

3. Модели панельных данных. Эти модели предназначены для анализа данных, полученных от большого числа объектов (например, предприятий) за определенный период времени. Они позволяют учесть индивидуальные особенности каждого объекта и выявить общие закономерности [1].

Для оценки эконометрических моделей используются различные методы, такие как метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия, метод инструментальных переменных и другие. Выбор метода зависит от типа модели и целей исследования.

Выделим шесть основных этапов ЭММ: постановка экономической проблемы, ее качественный анализ; построение математической модели;

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

математический анализ модели; подготовка исходной информации; численное решение; анализ численных результатов и их применение. Рассмотрим каждый из этапов более подробно (рис. 1).



Рисунок 1 – Этапы эконометрического моделирования

1. Постановка экономической проблемы и ее анализ
 - Сформулировать суть проблемы, предположения и допущения.
 - Определить ключевые характеристики и взаимосвязи объекта моделирования.
 - Выдвинуть гипотезы о его поведении и развитии.
2. Построение математической модели
 - Преобразовать экономическую проблему в математические зависимости (функции, уравнения).
 - По возможности отнести модель к известному классу математических задач.
 - При необходимости упростить исходные предпосылки, не искажая сути объекта моделирования.

Для некоторых сложных объектов целесообразно строить несколько разноаспектных моделей; при этом каждая модель выделяет лишь некоторые стороны объекта, а другие стороны учитываются агрегированно и приближенно.
3. Анализ математической модели
 - Выявить общие свойства модели и ее решений с помощью математических методов.
 - Доказать существование решения поставленной задачи.
 - Определить единственность решения, переменные, входящие в него, и их возможные значения.
4. Подготовка данных
 - Собрать и обработать входные данные для модели.
 - Оценить достоверность и полноту данных, используя методы статистики и теории вероятностей.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

- Проводить выборочные обследования для получения необходимой информации.

- Использовать результаты одних моделей в качестве исходных данных для других в системном экономико-математическом моделировании.

5. Численное решение

- Разработать алгоритмы и программы для решения модели на компьютере.

- Провести модельные эксперименты, варьируя входные данные.

- Дополнить результаты аналитического исследования численными расчетами.

6. Анализ и применение численных результатов

- Проверить адекватность и применимость модели.

- Использовать результаты моделирования для практических задач:

- Анализ экономических объектов.

- Прогнозирование развития экономики.

- Принятие управленческих решений.

Этапы экономико-математического моделирования тесно связаны и могут выполняться в итеративном порядке. В частности, на этапе построения модели может оказаться, что постановка задачи противоречива или приводит к чрезмерно сложной математической модели. В таких случаях необходимо пересмотреть исходную постановку задачи. Чаще всего необходимость возврата к предыдущим этапам возникает на этапе подготовки исходной информации. Если требуемые данные отсутствуют или их сбор слишком затратен, приходится пересматривать постановку задачи или ее формализацию, чтобы адаптировать модель к доступной информации.

Далее приведены сравнительные данные о ходе математического моделирования в производственных процессах относительно выбранного языка модели, т.е. исходных данных, и его характеристики (табл.1):

Таблица 1 – Сравнительные данные языков моделей [4]

Языки моделей	Характеристики				
	Описательная способность	Однозначность языка	Пригодность к манипулированию (анализу)	Употребляемость	Основное назначение
Словесное описание	Хорошая	Весьма неоднозначная	Отсутствует	Ограниченная	Описательные объяснения и указания
Чертежи и схемы	Хорошая	Однозначен	Отсутствует	Широкая	Проектирование технологического процесса
Логические блок-схемы и таблицы решений	Довольно хорошая	Однозначен	Отсутствует	Широкая	Программирование для ЭВМ

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Кривые и таблицы	Довольно хорошая	Однозначен	Хорошая	Ограниченная	Выражение простых зависимостей между несколькими переменными
---------------------	---------------------	------------	---------	--------------	---

В заключение отметим, что экономико-математическое моделирование, особенно с использованием эконометрических моделей, предлагает мощный инструмент для понимания, прогнозирования и анализа сложностей экономической системы. Хотя эти модели не лишены ограничений, они играют жизненно важную роль в принятии решений в различных секторах, в конечном итоге способствуя более информированному и подготовленному подходу к навигации в постоянно меняющемся экономическом ландшафте.

Литература

1. Экономико-математическое моделирование и прогнозирование: применение эконометрических моделей для предсказания экономических трендов и анализа причинно-следственных связей [Электронный ресурс] / О.С. Бердилиев // Всемирный ученый. – 2024. – №19. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ekonomiko-matematicheskoe-modelirovanie-i-prognozirovanie-primeneniye-ekonometricheskih-modeley-dlya-predskazaniya-ekonomicheskikh> (дата обращения 20.04.2024).

2. Аннадурдыева Г. Экономико-математические модели и моделирование [Электронный ресурс] / Г. Аннадурдыева, Г. Гельдимырадов, О. Розыева, Н. Худайверенов // Символ науки. – 2023. – №5-1. – С. 51–52. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ekonomiko-matematicheskoe-modeli-i-modelirovanie> (дата обращения 20.04.2024).

3. Салита С.В. Экономико-математическая модель прогнозирования финансовой устойчивости предприятия [Электронный ресурс] / С.В. Салита, Н.А. Куценко // Вестник Волжского университета им. В.Н. Татищева. – 2022. – №1. – С. 103–109. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ekonomiko-matematicheskaya-model-prognozirovaniya-finansovoy-ustoychivosti-predpriyatiya> (дата обращения 20.04.2024).

4. Лемешко Е.Ю. Применение математического моделирования для оптимизации производственных процессов [Электронный ресурс] / Е.Ю. Лемешко // Вестник науки. – 2024. – №4. – С. 452–456. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primeneniye-matematicheskogo-modelirovaniya-dlya-optimizatsii-proizvodstvennyh-protssesov-1> (дата обращения 20.04.2024).

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Сайбель Владислав

1 курс, Факультет экономики и бизнеса,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: vladsajbel2@gmail.com

Руководитель: Сухинина Ольга Анатольевна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: soa-72@yandex.ru

МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ

Введение: математика – неотъемлемая часть большого количества наук. Она помогает в открытии новых изобретений, о которых ранее нельзя было и подумать. Она создаёт новые области, которые не смогут существовать без её поддержки. Экономика не является исключением. В ней мы постоянно считаем показатели, которые говорят о положении дел. Считаем количество потребляемых ресурсов. Вычитаем нужное количество капитала для того или иного дела. Макроэкономика – это одна из важнейших частей государства, и здесь нельзя допускать ошибок. Поэтому математика, как точная наука, приходится очень кстати. Макроэкономические показатели рассчитываются по формулам, которые основаны на математических знаниях.

Макроэкономические показатели – это данные, усреднённые по экономике в целом. Они являются показателями объёмов производства и потребления, а также – доходов и расходов, эффективности, уровня благосостояния народа и страны в целом, экспорта и импорта, темпов экономического роста. Говоря иначе – это статистические данные, которые отражают общие тенденции в экономических условиях конкретной страны.

Основные макроэкономические показатели

ВВП – это основной показатель, характеризующий итоговую стоимость всех услуг и произведённой продукции внутри страны. ВВП может рассчитываться по доходам, расходам и по добавленной стоимости.[1]

Расчёт ВВП по доходам:

$$\text{ВВП} = \text{амортизация} + \text{косвенные налоги} + \text{заработная плата} + \\ \text{рента} + \text{чистый процент} + \text{прибыль корпораций} + \text{доходы} \\ \text{некорпоративного сектора}$$

Расчёт ВВП по расходам:

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

ВВП = личные потребительские расходы + валовые инвестиции + государственные закупки товаров и услуг + внешнеторговый баланс

Расчёт ВВП по добавленной стоимости:

*ВВП = сумма валовой добавленной стоимости всех отраслей
исключая добавленную стоимость*

Главные недостатки расчёта ВВП:

1. Нет оценки негативного влияния производства
2. ВВП не учитывает качество жизни населения оцениваемой страны.
3. Наличие теневой экономики

Валовая прибыль экономики - выручка за вычетом прямых переменных и постоянных производственных расходов.

*ВПЭ = валовая добавленная стоимость - оплата труда работников
- (другие налоги на производство + субсидии)*

ВНП – сумма рыночных цен всех конечных продуктов, созданных производителями данной страны. Для расчёта ВНП, к уровню ВВП добавляется разность между доходом, полученным физическими и юридическими лицами данной страны за рубежом, а также доходом иностранных лиц в данной стране. Разность колеблется от 1 до 2% для высокоразвитых стран, и более 10-20% для отстающих стран.[2]

Инфляция – рост цен на все товары. Рассчитывается в сравнении с предыдущими значениями. Инфляция – один из самых важных макроэкономических показателей для государства. Она показывает на каком уровне находится государство в отношении к мировой арене и внутри. Виды инфляции:

1. Стагфляция – рост уровня цен и безработицы, происходящий одновременно.
2. Гиперинфляция – неуправляемый уровень инфляции.

Уровень инфляции определяется по формуле:

$$\pi = \frac{P_i - P_{i-1}}{P_{i-1}}$$

Для корректировки доходов используют следующие формулы:

$$i = r + \pi^e, \text{ если } \pi^e < 10\%$$

$$i = r * (1 + \pi^e) + \pi^e, \text{ если } \pi^e > 10\%$$

Также очень важным показателем для макроэкономики и инфляции является уравнение Фишера, которое описывает связь между темпом инфляции, номинальной и реальной ставки процента.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

$$r_p^e = \frac{r_n - \pi^e}{1 + \pi^e}$$

Для работы с этим показателем используют кривую Филлипса. Она отображает обратную взаимосвязь темпов инфляции и нормы безработицы.

Государственный долг - долговые обязательства перед физическими и юридическими лицами, иностранными государствами, а также международными организациями и иными субъектами (МВФ), включает ещё и обязательства по государственным гарантиям. [3] Государственный долг подразделяется на:

1. Капитальный – государственный долг включает в себя все выпущенные и непогашенные долговые обязательства, а также начисленный по ним процент.
2. Внутренний – долг перед юридическими и физическими лицами государства.
3. Внешний – долг перед другими государствами и мировыми организациями.

Уровень безработицы - количество (в процентах) населения не занятых работой. Безработица бывает нескольких видов.

1. Фрикционная безработица – временная незанятость при добровольном переходе с одной работы на другую. К таким безработным можно отнести выпускников университета, которые впервые ищут работу. Или рабочих, которые хотят найти работу получше.

2. Структурная безработица – невозможность трудоустройства из-за различий в структуре спроса и предложения рабочей силы определённой квалификации. Такая безработица может возникнуть при технологическом прогрессе.

3. Сезонная безработица – она связана с природными условиями. К ней можно отнести рабочих в таких сферах как: сельское хозяйство, туризм и другие рабочие тесно связанные с сезонным товаром или услугами. [4]

4. Циклическая безработица – безработица, которая возникает из-за экономического кризиса в результате спада производства.

5. Институциональная безработица – распространена наименьшим образом, и возникает при неэффективной работе рынка труда. Например, при высоком уровне минимальной заработной платы или дискриминации при приёме на работу.

Международные резервы – это высоколиквидные иностранные активы, находящиеся в распоряжении и под контролем органов денежного-кредитного регулирования. К ним относятся центральные банки и правительства различных стран. В состав международных резервов входят золото, иностранная валюта и специальные права заимствования (СДР). Золотовалютные резервы характеризуются высоким уровнем ликвидности, что позволяет использовать их для оплаты долгов, инвестиций и участия

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

страны в глобальных финансовых операциях. Рассчитывается в долларах США, а после переводится по официальному курсу валют и котировок. [5]

Идеальные макроэкономические показатели.

1. Стабильные темпы роста ВВП (2-3%);
2. Годовая инфляция держится 4-5%;
3. Дефицит бюджета не должен превышать 9,5% размера ВВП;
4. Уровень безработицы составляет 4-6%;
5. Положительный платёжный баланс страны.

При таких показателях экономика страны движется в спокойном темпе, без колебаний. Уровень безработицы поддерживается на среднем уровне, который не влияет на экономику страны негативно.

Заключение: подводя итог, нужно сказать о том, что математика, является основой вычислений и подсчёта макроэкономических показателей. Микроэкономика, макроэкономика, бухгалтерия, учёт, финансирование – те сферы, в которых без математики обойтись нельзя.

Литература

1. Вебер, М. Бизнес-вычисления: практика расчета основных показателей / М. Вебер. – Москва : Омега-Л, 2019. – 143 с.
2. Золотые страницы. Лучшие примеры внедрения сбалансированной системы показателей. – Москва : Высшая школа, 2018. – 416 с.
3. Макроэкономические проблемы в современной России. Материалы студенческой научной конференции. – Москва : Ленанд, 2021. – 148 с.
4. Катасонов, В. Ю. Инвестиционный потенциал хозяйственной деятельности. Макроэкономический и финансово-кредитный аспекты / В.Ю. Катасонов. – Москва : МГИМО-Университет, 2018. – 320 с.
5. Макроэкономическое регулирование: роль государства и корпораций. – Москва : КноРус, 2021. – 248 с.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Самарская Екатерина Андреевна

1 курс, Учетно-финансовый факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: samkatyaskaya@mail.ru

Руководитель: Гладкова Людмила Анатольевна

кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры математики
и математических методов в экономике,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: gladnv00@mail.ru

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РЕКЛАМА

Актуальность. Математика – это фундаментальная наука, которая является инструментарием при изучении и исследовании в различных сферах, одной из которых является экономика. Дифференциальные уравнения как математический инструмент применяется в различных областях, одной из которых является экономика. Концепции теории дифференциальных уравнений используются для описания многих социально-экономических моделей. Поэтому для студентов, работающих в сфере экономики, очень важно знать эту теорию и уметь применять её на практике.

Целью работы является исследование производственных и экономических задач, которые решаются при помощи дифференциальных уравнений.

Основная часть. В процессе разработки и анализа математических моделей в экономической сфере, наряду с экономическими знаниями, крайне важным является владение математическими инструментами, среди которых особое место занимает теория дифференциальных уравнений. Экономические зависимости зачастую выражаются через комплексные нелинейные взаимосвязи между различными экономическими параметрами, прямое определение которых представляет значительные трудности. При наличии устойчивой закономерности малые изменения величин можно приближенно заменить дифференциалами. Это позволяет трансформировать сложные нелинейные взаимосвязи в более простые линейные отношения между параметрами и их производными. Данные линейные взаимосвязи формируются в дифференциальные уравнения, которые служат основой для создания математических моделей экономических систем и процессов.

Рассмотрим простую задачу об эффективности рекламы, в которой возникает необходимость использования дифференциальных уравнений.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Задача: Фирма подготовила для реализации новый вид продукции. Для его продвижения была проведена рекламная компания, в результате которой о новинке из n потенциальных покупателей узнали m человек. После этого сведения об этом товаре распространяются через передачу информации от одного человека к другому. Обозначим через $y(t)$ число покупателей, знающих о новинке в момент времени t . Изменение этой величины будет прямо пропорционально как числу покупателей, которые знают о новинке, так и не знающих о ней, а также промежутку времени dt , за который это изменение происходит. Тогда

$$dy = ky(n - y)dt,$$

где n – общее число потенциальных покупателей новинки, k – положительное число – коэффициент пропорциональности – определяется экспериментально и зависит от интенсивности рекламы и скорости распространения слухов, $(n - y)$ – число покупателей, которые не знают о новинке.

Получили дифференциальное уравнения с разделяющимися переменными. Найдем его общее решение, для этого разделим переменные:

$$dy = ky(n - y)dt$$

$$\frac{dy}{y(y - n)} = -kdt$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение, получим зависимость $y(t)$ (логистическую кривую):

$$y(t) = \frac{n}{1 + (\gamma - 1)e^{-nkt}}$$

Если $n = 10000$, $m = 2500$, $k = 2 \cdot 10^{-6}$, то

$$y(t) = \frac{10000}{1 + 3e^{-2 \cdot t}}$$

Предположим, что $t = 10$, тогда $y(10) = 2692$, т.е. за 10 дней о новом товаре будут знать приблизительно 2692 потенциальных покупателя.

Допустим теперь, что $t = 60$, тогда $y(60) = 5253$. Таким образом, через 2 месяца о новинке будут знать 5253 человек из 10000 потенциальных покупателей.

Замечание. При помощи логистической кривой также описывается рост рынка в условиях конкуренции, процессы размножения бактерий в ограниченной среде обитания, динамика развития эпидемий, скорость радиоактивного распада и т. д.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Выводы: таким образом, с помощью приведенной задачи продемонстрирована простая модель эффективности рекламы (без учета большого количества факторов, которые могут влиять на рекламный процесс), которая была получена при помощи аппарата дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными. В экономике дифференциальные уравнения применяются для нахождения объема производства, равновесной цены, функции спроса и предложения и многого другого.

Литература

1. Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; под ред. Н. Ш. Кремера. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт; ИД Юрайт, 2013. – 909 с.
2. Пономарев К. К. Составление дифференциальных уравнений Минск, Высшая Школа, 1973. – 560 с.
3. Минюк, С.А. Высшая математика для экономистов / С.А. Минюк, С.А. Самаль, Л.И. Шевченко. – Минск : Элайда, 2007. – 511 с.
4. Кастрица, О.А. Высшая математика для экономистов / О.А. Кастрица. – Минск : ООО Новое знание, 2006. – 490 с.
5. Швадропова М.Д. Применение дифференциальных уравнений в экономике / М.Д. Швадропова, Л.А. Гладкова / Инновационные технологии обучения математическому и имитационному моделированию студентов транспортного вуза : сб. науч. тр. / [под науч. ред. Г.А. Тимофеевой, д-ра физ.-мат. наук и О.В. Куликовой, канд. пед. наук]. – Екатеринбург : УрГУПС, 2022. – Вып. 4 (248). – С. 38-42.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Тимошенко Виктория

1 курс, Факультет экономики и бизнеса,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: vicctoooooria@gmail.com

Руководитель: Сухинина Ольга Анатольевна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: soa-72@yandex.ru

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛАГРАНЖА ДЛЯ РЕШЕНИЯ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Метод множителей Лагранжа – это математический метод, используемый для нахождения локальных экстремумов функции нескольких переменных с ограничениями. Он широко применяется в различных областях, таких как экономика, инженерия и физика, для решения задач оптимизации. Метод вводит новые переменные, называемые множителями Лагранжа. Множители Лагранжа позволяют преобразовать задачу с ограничениями в задачу без ограничений. Метод множителей Лагранжа применяется при решении задач нелинейного программирования, возникающих во многих областях.

Определяется функция Лагранжа как сумма целевой функции и произведения множителей Лагранжа и ограничивающих условий: $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda(g(x, y) - c)$. После этого находятся значения переменных x , y и λ . Они минимизируют или максимизируют функцию Лагранжа. Делается это путем вычисления частных производных L по x , y и λ и приравнивания их нулю. Проверяется, удовлетворяют ли найденные значения переменных ограничивающим условиям. Только допустимые решения являются кандидатами на экстремум. Вычисляется значение целевой функции f в допустимых стационарных точках. Самое большое или самое маленькое значение соответствует максимуму или минимуму при наличии ограничений. Идея метода заключается в том, что ограничения вводятся на новую целевую функцию с помощью неопределённых множителей Лагранжа, которая называется функцией Лагранжа. [1, с.25].

Недостатки метода в том, что он может быть сложным для решения вручную для задач высокой размерности и требует введения дополнительных переменных, что может увеличить размерность задачи. Метод может не всегда находить глобальный экстремум, особенно для невыпуклых функций.

Этот метод особенно полезен, когда прямое применение условий первого порядка (необходимых условий экстремума) невозможно из-за

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

наличия ограничений. Метод множителей Лагранжа позволяет преобразовать задачу с ограничениями в безусловную задачу оптимизации. Этот метод нашел многочисленные применения в вариационном исчислении, математическом программировании, при построении некоторых вычислительных алгоритмов. Его идея состоит в сведении задачи на условный экстремум к задаче на безусловный экстремум некоторой вспомогательной функции, называемой функцией Лагранжа, при этом все переменные представляются независимыми.[2,с.6]

Рассмотрим следующую задачу.

По плану производства продукции предприятию необходимо изготовить 120 изделий. Эти изделия могут быть изготовлены двумя технологическими способами. При производстве x_1 изделий первым способом затраты равны $3x_1 + x_1^2$ руб., а при изготовлении x_2 изделий вторым способом они составляют $2x_2 + 2x_2^2$ руб. Определим, сколько изделий каждым из способов следует изготовить так, чтобы общие затраты на производство продукции были минимальными.

Математическая постановка задачи состоит в определении минимального значения функции

$$f = 3x_1 + x_1^2 + 2x_2 + 2x_2^2 \rightarrow \min$$

при условиях

$$x_1 + x_2 = 120$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Решим задачу, используя метод множителей Лагранжа. Найдем минимальное значение функции f при исходных условиях, т.е. без учета требования не отрицательности переменных. Для этого составим функцию Лагранжа

$$F(x_1; x_2; \lambda) = 3x_1 + x_1^2 + 2x_2 + 2x_2^2 + \lambda(120 - x_1 - x_2)$$

Вычислим её частные производные по x_1 , x_2 , λ и приравняем их к нулю.

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_1} = 3 + 2x_1 - \lambda = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial x_2} = 2 + 4x_2 - \lambda = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda} = 120 - x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$

$$3 + 2x_1 - \lambda = 2 + 4x_2 - \lambda$$

$$3 + 2x_1 = 2 + 4x_2$$

$$2x_1 = 4x_2 - 1$$

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

$$x_1 = \frac{4x_2 - 1}{2}$$

$$120 - x_2 - \frac{4x_2 - 1}{2} = 0$$

$$\frac{240 - 6x_2 + 1}{2} = 0$$

$$x_2 = 241/6$$

$$x_1 = 479/6$$

Точка $D\left(\frac{241}{6}; \frac{479}{6}\right)$ является стационарной

$$\left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2}\right|_D = 2, \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2}\right|_D = 4, \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2}\right|_D = 0$$

Составим второй дифференциал

$$d^2F = \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2}\right|_D dx_1^2 + \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2}\right|_D dx_1 dx_2 + \left.\frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2}\right|_D dx_2^2 = 2dx_1^2 + 4dx_2^2 > 0, \text{ значит}$$

т. D – точка минимума.

$$x_1^* \approx 40, x_2^* \approx 80$$

Это означает, что если предприятие изготовит 40 изделий первым технологическим способом и 80 изделий вторым способом, то общие затраты будут минимальными и составят 14680 руб.

Исследуя метод множителей Лагранжа, мы увидели, что метод можно применять для нахождения минимального или максимального значения функции. Преимущества метода в том, что он позволяет решать задачи с ограничениями различных типов. Метод преобразует задачи с ограничениями в задачи без ограничений, что упрощает процесс оптимизации и предоставляет геометрическую интерпретацию задач с ограничениями. Отметим то, что этот метод используется в качестве вспомогательного средства. Идея метода заключается в том, чтобы ввести новую функцию, называемую ограничением Лагранжа, которая представляет собой линейную функцию включения и блокировки с соответствующим множителем Лагранжа.

Литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Акулич. – Москва : Высшая школа, 1986. – 319 с.
2. Далингер В.А. Метод множителей Лагранжа и его применения: учеб. пособие / В.А. Далингер, С.Д. Симонженков. – Омск : Изд-во ООО «Амфора», 2012. – 115 с.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Фоменко Виктория

4 курс, Факультет экономики и бизнеса,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: vfomenko841@mail.ru

Руководитель: Сухинина Ольга Анатольевна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия
e-mail: soa-72@yandex.ru

**ПОСТРОЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С УЧЕТОМ
КОНЬЮНКТУРНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

Построение эконометрических моделей с учетом конъюнктурных колебаний является ключевой задачей для прогнозирования экономических показателей и принятия решений в условиях изменяющейся конъюнктуры. Для этого можно использовать различные методы, такие как временные ряды, факторный анализ, VAR-модели и др.

Для начала необходимо определить цель и объект исследования, а также выбрать соответствующие переменные для построения модели. Затем следует провести анализ данных, проверить их на стационарность, применить методы декомпозиции ряда, если необходимо, и выбрать подходящую модель.

Используя статистические данные, скорректированные на инфляцию, необходимо построить эконометрическую модель с целью прогнозирования экономического показателя на два следующих квартала. Дать общую характеристику достоверности модели и сделать выводы.

Рассмотрим конъюнктурные колебания на конкретном примере.

За последние 13 кварталов квартальные объемы выпуска продукции компании «Феникс» составили (в тыс. руб.):

Таблица 1 – Объемы выпуска продукции

Год	2020				2021				2022				2023
Квартал	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I
Объем выпуска	57	68	56	63	79	89	79	80	93	100	88	91	107

1. Спецификация модели.

1.1. Идентификация переменных

Y – квартальный объем выпуска фирмы – результирующий показатель;

t – порядковый номер квартала.

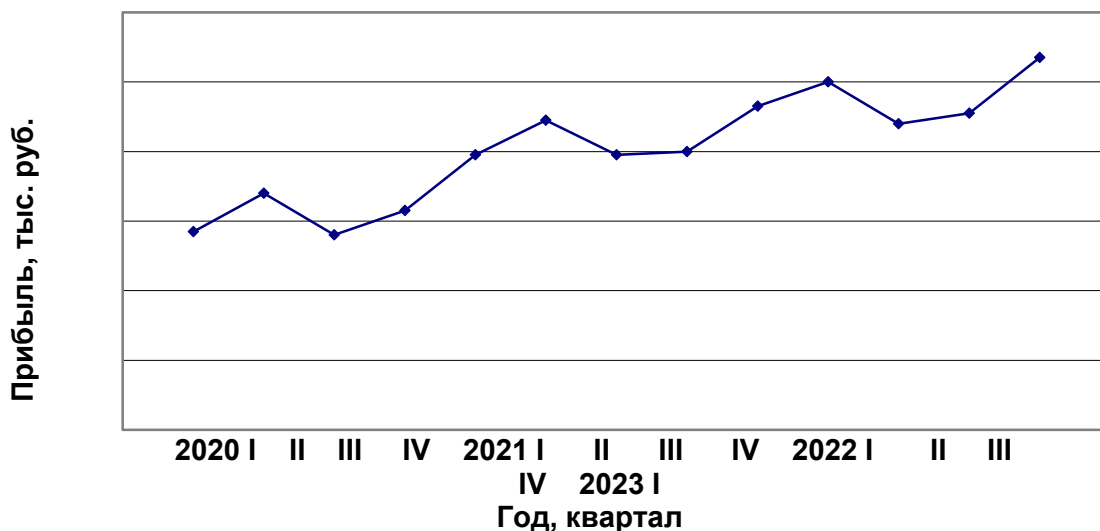
Исходные данные представим в таблице

Секция 2. Экономико-математическое моделирование*Таблица 2 – Исходные данные*

Год, квартал	Фактическая прибыль и прогноз	d1	d2	d3	t	Предсказанное, Y
2020 I	57	1	0	0	1	60,26
II	68	0	1	0	2	69,83
III	56	0	0	1	3	58,49
IV	63	0	0	0	4	62,16
2021 I	79	1	0	0	5	76,06
II	89	0	1	0	6	85,63
III	79	0	0	1	7	74,297
IV	80	0	0	0	8	77,96
2022 I	93	1	0	0	9	91,86
II	100	0	1	0	10	101,43
III	88	0	0	1	11	90,097
IV	91	0	0	0	12	93,76
2023 I	107	1	0	0	13	107,66
II	117,23	0	1	0	14	
III	105,897	0	0	1	15	
IV	109,56	0	0	0	16	

1.2. Выбор типа модели, все коэффициенты которой удовлетворяют предположению относительного постоянства структуры модели.

Для наглядного представления характера зависимости и влияния сезонных колебаний на объем выпуска фирмы построим корреляционное поле – диаграмму наблюдаемых данных.

*Рисунок 1 – Диаграмма наблюдаемых данных*

Полученная диаграмма свидетельствует о возможной возрастающей линейной зависимости объема выпуска от времени (линейный тренд), который содержит сезонные колебания. Величина объема выпуска в первом полугодии (II и I кварталы) выше, чем во втором полугодии (IV и III

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

кварталы). Сезонная компонента колебаний практически не изменяется в течение трех лет.

Введем гипотезу, что между показателем Y и фактором времени t существует линейная корреляционная зависимость, которая может быть описана линейной моделью тренда в виде $Y = a_0 + a_1 \cdot t + e_t$, а с целью отражения в модели сезонных колебаний объема выпуска введем три бинарных переменных вида

$$d_{ti} = \begin{cases} 1, & \text{в } i\text{-ом квартале каждого года, } i = 1, 2, 3 \\ 0, & \text{в других трех кварталах} \end{cases}.$$

Тогда полностью специфицированная модель для квартала t будет иметь вид:

$Y = a_0^0 + a_0^1 \cdot d_{t1} + a_0^2 \cdot d_{t2} + a_0^3 \cdot d_{t3} + a_1 \cdot t + e_t$ и её оценкой является уравнение

$$\hat{Y}_t = \hat{a}_0^0 + \hat{a}_0^1 \cdot d_{t1} + \hat{a}_0^2 \cdot d_{t2} + \hat{a}_0^3 \cdot d_{t3} + \hat{a}_1 \cdot t$$

2. Оценка параметров модели методом 1МНК.

Оценку параметров модели, содержащей фиктивные факторы, осуществим обычным методом 1МНК. Воспользуемся для этого меню **Сервис** пакет **Анализ данных** инструмент **Регрессия**. Параметры окна диалога **Регрессия** зададим следующим образом: **Входной интервал Y**: введем адрес диапазона, содержащих значения объема выпуска, **Входной интервал X**: введем адрес диапазона независимых переменных. Таким образом, оцененная модель объема выпуска фирмы с учетом сезонных колебаний имеет вид

$$\hat{y} = 46,36 + 9,95 \cdot d_1 + 15,57d_2 + 0,287d_3 + 3,95 \cdot t$$

3. Общая характеристика достоверности модели.

Анализ полученного итогового листа приводит к следующим выводам:

- поскольку коэффициент множественной детерминации равен 0,9897, то можно считать модель адекватной;
- поскольку $F_{расч} > F_{табл}$ ($72,63 > F_{0,95}(4;8) = 3,84$), то с надежностью $P=0,95$ можно считать, что принятая модель адекватна статистическим данным и на основании этой модели можно осуществлять экономический анализ и прогноз.

4. Прогнозирование по модели.

Точечные прогнозные оценки объема выпуска на три последних квартала текущего года рассчитаем по полученной модели и результаты занесем в первоначальную таблицу. Для наглядного представления оцененной модели и поведения объема выпуска фирмы в будущем, по данным фактического и предсказанного значений построим графики.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

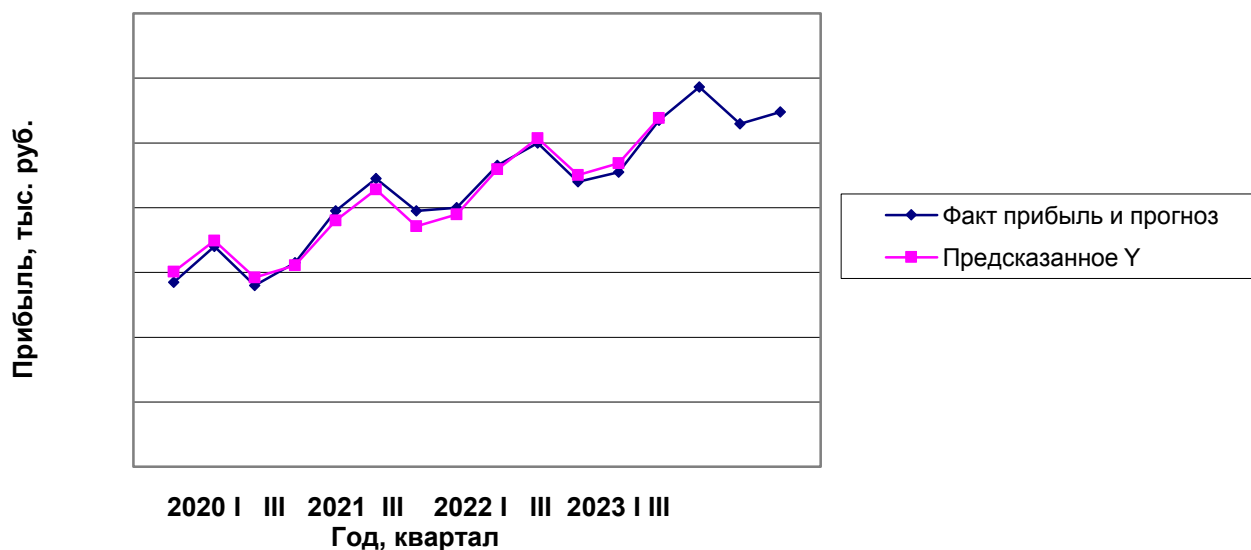


Рисунок 2 – Диаграмма наблюдаемых и прогнозных значений прибыли фирмы

Для успешного построения таких моделей необходимо тщательно подходить к выбору переменных, методов анализа данных и моделирования. Учитывая влияние внешних факторов, сезонных колебаний и других особенностей временных рядов, можно получить более точные и надежные результаты.

Важно также не забывать о проверке адекватности и стабильности построенной модели, а также использовать методы прогнозирования для оценки будущих изменений в экономических показателях. Правильно построенная эконометрическая модель с учетом конъюнктурных колебаний может стать мощным инструментом для принятия обоснованных решений в условиях изменчивой экономической среды.

Литература

1. Кузьмин, А. Ю. Математическое моделирование инвестиционных и финансовых решений : учебное пособие / А. Ю. Кузьмин – Москва : Прометей, 2020. – 176 с.
2. Невежин, В. П. Эконометрические исследования : учебное пособие / В. П. Невежин. – Москва : Прометей, 2020. – 538 с.
3. Никитин, Б. Е. Теория игр, эконометрика : модели, алгоритмы, компьютерная реализация : учебное пособие / Б. Е. Никитин, М. Н. Ивлиев. – Воронеж : ВГУИТ, 2019. – 92 с.

СЕКЦИЯ 3

Математические методы в химии, биологии и медицине

Руководитель: Тимошенко Елена Викторовна,
кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры биофизики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Кравчук Егор

обучающийся 10 класса МБОУ «Средняя школа № 4 г. Макеевки»,
г. Макеевка, Россия

2-е место

Белецкая Владислава

студентка 1 курса Химического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

3-е место

Зинченко Олеся

студентка 2 курса Химического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Барина Юлия,

1 курс, Факультет металлургического и
машиностроительного производства,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

e-mail: barinovaept28@gmail.com

Руководитель: Горбатова Людмила Александровна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

e-mail: gorbatova_la@mail.ru

**УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ
МОДЕЛИРОВАНИИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ**

Математическое моделирование – метод исследования процессов или явлений на математических моделях с применением ЭВМ

Процессы, связанные с химической технологией, представляют собой сложные химические превращения, которые происходят в различных аппаратах с учетом особенностей химических реакций, многокомпонентности и многостадийности. Кроме того, необходимо проведение катализа. Также сложны массообменные процессы, включая ректификацию многокомпонентных смесей, которые широко используются для подготовки сырья и разделения продуктов реакций или отделения непрореагировавших компонентов от продуктового потока. В настоящее время все большую популярность набирают совмещенные реакционно-ректификационные процессы, которые являются более энерго- и ресурсосберегающими и эргономичными. Теплообменные процессы также являются неотъемлемой частью химического производства и их эффективность зависит от конструкций аппаратов, свойств теплоносителей и других технологических параметров. [1, с. 5]

При моделировании процессов, связанных с химической технологией, на первый план выступают два типа моделирования – физическое и математическое. Физическое моделирование основано на принципе физического подобия, где все процессы в подобных объектах имеют одинаковую физическую природу. Математическое моделирование, в свою очередь, основано на принципе математического подобия, где объекты имеют различную физическую природу, но описываются уравнениями одинакового вида.

Физическое моделирование представляет собой метод исследования на моделях, которые имеют ту же физическую природу, что и оригинал, и воспроизводят все свойства изучаемых явлений. Этот метод был известен с

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

XV века и основан на теории подобия. Ранее физическое моделирование широко применялось в аэро- и гидродинамике, кораблестроении, мостостроении, химической технологии и других областях. Оно позволяет получить необходимый опытный материал и объяснить механизм изучаемых явлений. Кроме того, метод физического моделирования обладает преимуществами, такими как полная воспроизводимость процесса и наглядность изучения явлений, которые не могут быть описаны математически.

Математическое моделирование – это метод научного исследования, который использует математическую модель для изучения процессов. Он основан на математическом подобии, где объекты с различной физической природой описываются одинаковыми уравнениями. Например, передача тепла (закон Фурье), передача вещества (закон Фика), передача электричества (закон Ома) описываются дифференциальными уравнениями, которые имеют одинаковую математическую запись. В них присутствуют соответствующие градиенты температуры, концентрации, напряжения. Любое из этих явлений, имеющих различную физическую природу, можно изучить на примере электрической модели, демонстрирующей закон Ома [2, с. 12].

Основная цель математического моделирования заключается в определении оптимальных условий для протекания процесса, а также в возможности применения полученных результатов на практике и в управлении объектом.

Известно, что целью процессов химической технологии является изменение свойств материальных тел путем их взаимодействия с окружающей средой. Это взаимодействие приводит к перераспределению массы и энергии между различными частями системы и между системой и окружающей средой. Конкретные формы таких взаимодействий определяются их физической природой. При математическом моделировании определенного технологического процесса необходимо определить потоки количества движения, энергии и массы между различными частями системы и окружающей средой. Уравнения Навье-Стокса описывают ламинарное движение вязкой жидкости. Уравнения Фурье-Кирхгофа описывают распространение теплоты в движущейся среде. Уравнения переноса количества движения, энергии и массы описывают перенос произвольного компонента в движущейся среде [3, с. 100].

При определенных условиях различные вещества могут претерпевать превращения и образовывать новые химические соединения. Если такое превращение происходит путем перегруппировки или перераспределения атомов, то говорят о химической реакции. Изучение скоростей химических реакций называется химической кинетикой. Знание кинетики позволяет контролировать промышленные процессы. Установление закономерностей кинетики является необходимым условием при разработке технологических

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

процессов. Особенно важно это при проектировании химических реакторов с использованием математического моделирования. Для определения скорости химического превращения необходимо учитывать тип реакции [4, с. 130].

Существует несколько способов классификации химических реакций. В химической технологии наиболее применима классификация по числу и типу участвующих фаз. Все реакции можно разделить на две группы: гомогенные и гетерогенные. Реакция считается гомогенной, если она происходит в одной фазе. Гетерогенная реакция, напротив, требует наличия как минимум двух фаз и происходит на границе раздела фаз.

При гомогенных реакциях кинетические уравнения связывают скорость реакции с параметрами, от которых она зависит (такими как концентрация, температура, давление и активность катализатора). В этом случае исследование кинетических закономерностей химических реакций с помощью математического моделирования заключается в определении изменения концентраций реагентов со временем.

Одним из методов построения кинетических моделей гетерогенных химических реакций является метод, основанный на элементах теории Ленгмюра. В этом случае механизм гетерогенной химической реакции описывают в виде совокупности элементарных стадий, затем записывают выражения скоростей реакций элементарных стадий на основании закона действующих поверхностей, далее определяют лимитирующую стадию (все остальные стадии являются быстрыми и равновесными). Для равновесных стадий приравнивают скорости в прямом и обратном направлениях, а концентрации промежуточных соединений выражают через концентрацию промежуточного соединения, участвующего в лимитирующей стадии, и концентрации наблюдаемых веществ. В результате получают и решают систему алгебраических уравнений. Она позволяет определить выражения концентрации промежуточного соединения, входящего в уравнение скорости лимитирующей стадии, через концентрации наблюдаемых веществ и константы скоростей элементарных стадий. При решении системы учитывают условие нормировки, в котором количество активных центров на поверхности катализатора принимается равным единице и равно сумме долей поверхности катализатора, занятых промежуточными соединениями и свободными центрами. В итоге записывают выражение скорости гетерогенной химической реакции по лимитирующей стадии.

Еще одним методом построения кинетической модели гетерогенной химической реакции является метод стационарных концентраций. Метод стационарных концентраций предполагает сохранение постоянных параметров в каждой точке системы в течение определенного времени. Поскольку скорость химического процесса зависит от концентраций промежуточных веществ, при стационарном режиме концентрации этих веществ должны оставаться неизменными. Таким образом, стационарность

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

химической реакции означает стационарность концентраций промежуточных соединений, которые должны образовываться и разлагаться многократно в процессе реакции, уступая место другим промежуточным соединениям. Для обеспечения стационарности условий необходимо, чтобы алгебраическая сумма скоростей образования и расходования каждого промежуточного соединения была равна нулю. Для достижения стационарного режима необходимо поддерживать постоянство внешних параметров и каталитической активности катализатора для гетерогенных каталитических реакций.

Алгоритм построения кинетической модели гетерогенной химической реакции методом стационарных концентраций следующий: описывают механизм гетерогенной химической реакции в виде набора элементарных стадий, записывают выражения скоростей реакций элементарных стадий на основе закона действующих поверхностей, по промежуточным соединениям записывают условие стационарности. В результате получают и решают систему алгебраических уравнений и определяют выражения для концентраций промежуточных соединений. В итоге записывают выражение скорости гетерогенной химической реакции по любой стадии.

Математические модели химико-технологических процессов могут быть представлены различными уравнениями и их системами: линейными, нелинейными, дифференциальными, уравнениями в частных производных. Их использование зависит от сложности тех явлений и процессов, которые моделируют. Поэтому так важно знать и уметь правильно применять способы построения математических моделей и численные методы для их решения.

Литература

1. Математическое моделирование химико-технологических процессов: учебное пособие / Н.В. Ушева, О.Е. Мойзес, О.Е. Митянина, Е.А. Кузьменко. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 135 с.

2. Прокофьев В.Ю. Моделирование химико-технологических процессов в производстве неорганических веществ: учебное пособие / В.Ю. Прокофьев, А.В. Кунин, Н.Е. Гордина. – Иваново : Изд-во Иван. гос. хим.-технол. ун-та, 2019. – 127 с.

3 Кафаров В.В. Математическое моделирование основных процессов химических производств / В.В. Кафаров, М.Б. Глебов. – Москва : Высш. шк., 1991. – 400 с.

4 Закгейм А.Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов / А.Ю. Закгейм. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва, 1982. – 288 с.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Белецкая Владислава

1 курс, Химический факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: tori-vega2015@mail.ru

Руководитель: Зыза Александр Васильевич,

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры высшей математики
и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: o.ziza@donnu.ru

**ПЕРПЕНДИКУЛЯР НА ЛИНЕЙНУЮ ОБОЛОЧКУ ВЕКТОРОВ В
РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ О РАСТВОРИМОСТИ СУЛЬФАТА ЛАНТАНА**

Из утверждения родоначальника немецкой классической философии И. Канта (1724-1804г.): «Во всякой науке столько истины, сколько в ней математики», непосредственно следует, что математику не зря называют царицей всех наук, на которой держится весь свод человеческих знаний.

Огромную роль играет математика в химии. Именно она превратила химию из описательной науки в экспериментальную, и именно математика сделала химию наукой. С помощью математики производятся различные расчеты по химическим формулам и уравнениям химических реакций. Благодаря математике и ее методам осуществляются огромные по сложности математические операции, моделирующие сложнейшие химические процессы как в живой, так и в неживой природе. Также без математики не обходится ни одно химическое производство, отсутствие которых привело бы к невозможности существования современной жизни.

В докладе рассматривается решение задачи об изменении растворимости сульфата лантана в зависимости от температуры. Соль металла лантана и серной кислоты (сульфат лантана) – это соединение, которое повсеместно применяется в фармакологии для лечения солнечных, химических и термических ожогов, обморожений, а также как профилактическое средство для защиты кожи при работе с химикатами и агрессивными средами, включая моющие средства, удобрения, растворители.

Цель данного доклада – показать, как при помощи математического аппарата можно установить непрерывную квадратичную зависимость изменения растворимости сульфата лантана в воде от температуры так, чтобы отклонение от экспериментальных значений было минимальным.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

1. **Перпендикуляр из точки на подпространство как кратчайшее расстояние от точки до подпространства.** Рассмотрим в евклидовом пространстве V некоторое m -мерное подпространство V_1 ($\dim V_1 = m$) и вектор g , не принадлежащий V_1 [1]. **Поставим задачу:** опустить перпендикуляр из точки g на V_1 , то есть найти такой вектор $g_0 \in V_1$, чтобы вектор $h = g - g_0$ был ортогонален V_1 , а именно ортогонален базисным векторам подпространства V_1 . Вектор g_0 называется при этом **ортогональной проекцией** вектора g на подпространство V_1 и обозначается $g_0 = \text{pr}_{V_1} g$.

На первом этапе покажем, что как и в элементарной геометрии (курс геометрии средней школы) перпендикуляр есть кратчайшее расстояние от точки до подпространства. То есть покажем, что если $g_1 \in V_1$ и $g_1 \neq g_0$, то

$$|g - g_1| > |g - g_0| = |h|.$$

Действительно, вектор $g_0 - g_1 \in V_1$ и следовательно, ортогонален вектору $h = g - g_0$. Применяя теорему Пифагора, получим:

$$|g - g_0|^2 + |g_0 - g_1|^2 = |g - g_0 + g_0 - g_1|^2 = |g - g_1|^2,$$

что приводит к неравенству

$$|g - g_1| > |g - g_0|.$$

На втором этапе установим, как фактически вычислить по вектору g его ортогональную проекцию g_0 на подпространство V_1 (то есть опустить перпендикуляр из g на V_1).

Так как $\dim V_1 = m$, то базис $[f]$ подпространства V_1 состоит из m векторов: $[f] = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_m)$. При этом само подпространство V_1 можно представить в виде линейной оболочки базисных векторов, т.е.

$$V_1 = L(f_1, f_2, f_3, \dots, f_m).$$

Вектор $g_0 \in L(f_1, f_2, f_3, \dots, f_m)$, следовательно он представлен в виде

$$g_0 = \alpha_1 \cdot f_1 + \alpha_2 \cdot f_2 + \alpha_3 \cdot f_3 + \dots + \alpha_m \cdot f_m, \quad (1)$$

где неопределенные коэффициенты α_i , ($i = \overline{1, m}$) найдем из условия ортогональности вектора $h = g - g_0$ к $L(f_1, f_2, f_3, \dots, f_m)$. Для того, чтобы эта ортогональность имела место, необходимо и достаточно выполнения m равенств $(g - g_0, f_k) = 0$, ($k = \overline{1, m}$), то есть

$$(g, f_k) = (g_0, f_k).$$

Подставляя в полученные равенства вместо g_0 его выражение из формулы (1) получаем систему m -линейных уравнений с m неизвестными α_i , ($i = \overline{1, m}$):

$$\alpha_1(f_1, f_k) + \alpha_2(f_2, f_k) + \alpha_3(f_3, f_k) + \dots + \alpha_m(f_m, f_k) = (g, f_k), \quad (2)$$

$$(k = \overline{1, m}).$$

Определитель системы (2) является определителем Грама векторов базиса $[f]$: $G(f_1, f_2, f_3, \dots, f_m) > 0$, следовательно по теореме Г. Крамера система (2) - определенная и ее решение находится по формулам Г. Крамера.

Таким образом указан алгоритм нахождения проекции вектора на линейную оболочку векторов.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

2. Ортогональная проекция вектора на подпространство линейного пространства в решении одной задачи о растворимости химического вещества. Понятие перпендикуляра из точки на подпространство линейного пространства (ортогональной проекции вектора на подпространство) является теоретической частью для обоснования метода решения несовместных систем линейных уравнений, то есть для нахождения таких значений неизвестных, которые наилучшим образом удовлетворяют исследуемую систему.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу [2]: Экспериментальным путем найдена дискретная зависимость растворимости сульфата лантана в граммах в 100 мл воды от температуры в градусах Цельсия, которые указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Значение растворимости сульфата лантана в 100 г. воды от температуры

°	0	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100
гр	3	2,7 2	2,5 2	2,3 3	2,1 1	1,9 1	1,6 7	1,4 6	1,2 6	1,0 7	0,9 1	0,7 9	0,6 8

Установить квадратичную зависимость растворимости сульфата лантана от температуры, наилучшим образом приближенную к значениям указанной таблицы.

Решение

Квадратичную функцию будем искать в виде

$$R(t) = \alpha_1 t^2 + \alpha_2 t + \alpha_3.$$

Подстановка данных значений таблицы 1 в искомое уравнение квадратичной зависимости дает систему линейных уравнений относительно неизвестных $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$,

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 = \alpha_1 \cdot 0 + \alpha_2 \cdot 0 + \alpha_3, \\ 2,72 = \alpha_1 \cdot 100 + \alpha_2 \cdot 10 + \alpha_3, \\ 2,52 = \alpha_1 \cdot 225 + \alpha_2 \cdot 15 + \alpha_3, \\ 2,33 = \alpha_1 \cdot 400 + \alpha_2 \cdot 20 + \alpha_3, \\ 2,11 = \alpha_1 \cdot 625 + \alpha_2 \cdot 25 + \alpha_3, \\ 1,9 = \alpha_1 \cdot 900 + \alpha_2 \cdot 30 + \alpha_3, \\ 1,67 = \alpha_1 \cdot 1600 + \alpha_2 \cdot 40 + \alpha_3, \\ 1,46 = \alpha_1 \cdot 2500 + \alpha_2 \cdot 50 + \alpha_3, \\ 1,26 = \alpha_1 \cdot 3600 + \alpha_2 \cdot 60 + \alpha_3, \\ 1,07 = \alpha_1 \cdot 4900 + \alpha_2 \cdot 70 + \alpha_3, \\ 0,91 = \alpha_1 \cdot 6400 + \alpha_2 \cdot 80 + \alpha_3, \\ 0,79 = \alpha_1 \cdot 8100 + \alpha_2 \cdot 90 + \alpha_3, \\ 0,68 = \alpha_1 \cdot 10000 + \alpha_2 \cdot 100 + \alpha_3, \end{array} \right.$$

которая в матричном (векторном) виде такова:

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

$$g = \alpha_1 \cdot f_1 + \alpha_2 \cdot f_2 + \alpha_3 \cdot f_3, \text{ где}$$

$$f_1 = (0; 100; 225; 400; 625; 900; 1600; 2500; 3600; 4900; 6400; 8100; 10000)^T,$$

$$f_2 = (0; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100)^T,$$

$$f_3 = (1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1)^T,$$

$$g = (3; 2,72; 2,52; 2,33; 2,11; 1,9; 1,67; 1,46; 1,26; 1,07; 0,91; 0,79; 0,68)^T.$$

Полученная система является несовместной. Найдем ее решение в наилучшем приближении, опустив перпендикуляр $h = g - g_0$ на линейную оболочку векторов f_1, f_2, f_3 , где $g_0 = \text{pr}_{L(f_1, f_2, f_3)} g$ и $g_0 = \alpha_1 \cdot f_1 + \alpha_2 \cdot f_2 + \alpha_3 \cdot f_3$.

Коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ получим из условия ортогональности вектора h базисным векторам f_1, f_2, f_3 линейной оболочки $L(f_1, f_2, f_3)$. В результате такого построения получим систему:

$$\begin{cases} (g, f_1) = (f_1, f_1) \cdot \alpha_1 + (f_2, f_1) \cdot \alpha_2 + (f_3, f_1) \cdot \alpha_3, \\ (g, f_2) = (f_1, f_2) \cdot \alpha_1 + (f_2, f_2) \cdot \alpha_2 + (f_3, f_2) \cdot \alpha_3, \\ (g, f_3) = (f_1, f_3) \cdot \alpha_1 + (f_2, f_3) \cdot \alpha_2 + (f_3, f_3) \cdot \alpha_3. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 203017000 \alpha_1 + 2435200 \alpha_2 + 31480 \alpha_3 = 31939, \\ 60880000 \alpha_1 + 787000 \alpha_2 + 11800 \alpha_3 = 14471, \\ 1967500 \alpha_1 + 29500 \alpha_2 + 650 \alpha_3 = 1121. \end{cases}$$

Ее определитель $\Delta = 114669555 \cdot 10^7$ и по формуле Крамера найдем решение:

$$\alpha_1 = \frac{2757779}{16381365000}, \alpha_2 = -\frac{131794063}{3276273000}, \alpha_3 = \frac{33207389}{10920910}.$$

Ответ. Искомая квадратичная зависимость такова:

$$R(t) = \frac{2757779}{16381365000 \cdot 10^3} \cdot t^2 - \frac{131794063}{3276273000 \cdot 10^3} \cdot t + \frac{33207389}{10920910}.$$

Литература

1. Шафаревич И.Р. Линейная алгебра и геометрия / И.Р. Шафаревич, А.О. Ренизова – Москва : Физматлит, 2009. – 512 с.
2. Цыбукова Т.Н. Общая и неорганическая химия : Учебное пособие/ Т.Н. Цыбукова. – Томск : СибГМУ, 2011. – 139 с.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Зинченко Олеся

2 курс, Химический факультет

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

г. Донецк, Россия

e-mail: olesyazinchenko1981@gmail.com

Мазнев Александр Владимирович

доктор физико-математических наук, доцент,

профессор кафедры высшей математики

и методики преподавания математики,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

г. Донецк, Россия

e-mail: o.mazniev.dongu@mail.ru

**ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ОДНОЙ
ЗАДАЧЕ ХИМИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ**

Математика для химиков – это важный инструмент решения многих химических задач. Хорошо известно, что, например, дифференциальные уравнения используются в химической кинетике, методы дифференциальной геометрии применяются в химической термодинамике, теория вероятностей составляет основу статистической термодинамики, а функциональный анализ применяется в квантовой химии.

Рассмотрим процесс многоступенчатой экстракции. Экстра́кция (от лат. *extraho* – извлекаю) – это извлечение вещества из раствора или сухой смеси с помощью растворителя (экстрагента), практически не смешивающегося с исходной смесью. Экстракция может быть разовой (однократной или многократной) или непрерывной.

Экстракция базируется на законе разделения: изъятие вещества из раствора тем полнее, чем больше коэффициент его распределения отличается от единицы. Для достижения высокой степени извлечения процесс экстракции, как правило, повторяют несколько раз, используя при этом новые и новые порции экстрагента. На каждой стадии экстрагируемый продукт после достижения равновесия распределяется между фазами пропорционально коэффициенту распределения k так, что

$$y = kx, \quad (1)$$

где x – концентрация экстрагируемого вещества в исходном растворе; y – концентрация вещества в экстрагенте; конкретное значение k определяется природой растворителя и экстрагируемого вещества.

Для построения математической модели процесса экстракции составляют уравнение материального баланса: на каждой следующей -ой стадии экстрагирования количество вещества, содержащегося в растворе и экстрагенте, равно количеству вещества, содержащегося в растворителе до данной операции экстракции. Математически это записывается так:

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

$$ax_{i-1} = y_i b_i + ax_i,$$

где a – объем раствора, из которого проводится экстракция; b_i – объем экстрагента, используемого на i -ой стадии экстрагирования.

С учетом равенства (1) можно записать $ax_{i-1} = kx_i b_i + ax_i$, откуда получаем рекуррентную формулу для определения концентрации экстрагируемого вещества после каждого экстрагирования:

$$x_i = \frac{ax_{i-1}}{a + kb_i}.$$

Это значит, что для n -го экстрагирования $x_n = \frac{ax_{n-1}}{a + kb_n}$,

где $x_{n-1} = \frac{ax_{n-2}}{a + kb_{n-1}}, x_{n-2} = \frac{ax_{n-3}}{a + kb_{n-2}}, \dots, x_1 = \frac{ax_0}{a + kb_1}$

Отсюда получаем

$$x_n = \frac{a^n x_0}{\prod_{i=1}^n (a + kb_i)}. \quad (2)$$

Очевидно, что при многоступенчатом экстрагировании равенство (2) позволяет получать значения концентраций на любой стадии этого процесса. Рассмотрим следующую задачу.

Задача. Имеется водный раствор уксусной кислоты, объем которого равен a и начальная концентрация уксусной кислоты в объеме a водного раствора составляет x_0 . В качестве растворителя используется бензол объемом V . Для последовательных экстрагирований бензол делят на части, объем которых составляет b_i ($i = 1, 2, \dots$). При экстрагировании распределение вещества между разделяемой смесью и растворителем происходит в соответствии с линейным законом распределения (1), где x – концентрация уксусной кислоты в смеси, подлежащей экстрагированию; y – концентрация уксусной кислоты в бензоле; $k > 0$. Определить, на три части какого объема следует разделить бензол для максимального извлечения уксусной кислоты из водного раствора.

Решение. Примем, что при перемешивании не происходит изменение объема и закон распределения (1) остается в силе после каждой экстракции. После трех последовательных экстрагирований концентрация кислоты в растворе, согласно соотношению (2) будет равна

$$x_3 = \frac{a^3 x_0}{(a + kb_1)(a + kb_2)(a + kb_3)}. \quad (3)$$

Чтобы получить наиболее полное извлечение при данном количестве бензола, значение x_3 должно быть минимальным. Так как $a^3 x_0$ является постоянной величиной, то знаменатель в уравнении (3) должен иметь максимальное значение. Обозначим знаменатель через f :

$$f = (a + kb_1)(a + kb_2)(a + kb_3). \quad (4)$$

Исходя из условий задачи, имеем очевидное соотношение $V = b_1 + b_2 + b_3$. Тогда (4) представляет собой функцию двух переменных b_1 и b_2 :

$$f = (a + kb_1)(a + kb_2)(a + k(V - b_1 - b_2)). \quad (5)$$

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Исследуем (5) на экстремум. Найдем первые частные производные f_{b_1} и f_{b_2} :

$$\begin{aligned}f_{b_1} &= k^2(a + kb_2)(V - 2b_1 - b_2), \\f_{b_2} &= k^2(a + kb_1)(V - b_1 - 2b_2).\end{aligned}$$

Для нахождения стационарных точек приравняем частные производные нулю и учитывая, что $k^2(a + kb_2) \neq 0$ и $k^2(a + kb_1) \neq 0$, получим

$$\begin{cases}V - 2b_1 - b_2 = 0, \\V - b_1 - 2b_2 = 0.\end{cases}$$

Из системы вытекает, что

$$\begin{cases}b_3 - b_1 = 0, \\b_3 - b_2 = 0.\end{cases}$$

Значит, $b_1 = b_2 = b_3 = \frac{V}{3}$. Итак, нашли стационарную точку $M_0\left(\frac{V}{3}, \frac{V}{3}\right)$.

Исследуем функцию (5), применив, достаточные условия экстремума функции двух переменных. Для этого обозначим через A, B, C вторые частные производные $A = f_{b_1b_1}$, $B = f_{b_1b_2}$, $C = f_{b_2b_2}$. Вычислим их

$$\begin{aligned}A &= -2k^2(a + kb_2), \\B &= k^3(V - 2b_1 - b_2) - k^2(a + kb_2), \\C &= -2k^2(a + kb_1).\end{aligned}$$

Вычислим значения этих производных в стационарной точке M_0 :

$$\begin{aligned}A &= f_{b_1b_1}(M_0) = -2k^2\left(\frac{kV}{3} + a\right), \\B &= f_{b_1b_2}(M_0) = -2k^2\left(\frac{kV}{3} + a\right), \\C &= f_{b_2b_2}(M_0) = -2k^2\left(\frac{kV}{3} + a\right).\end{aligned}$$

Согласно достаточному условию существования экстремума функции двух переменных составляем равенство $\Delta = AC - B^2$ и определяем его знак

$$\Delta = AC - B^2 = 4k^4\left(\frac{kV}{3} + a\right)^2 - k^4\left(\frac{kV}{3} + a\right)^2 = 3k^4\left(\frac{kV}{3} + a\right)^2 > 0.$$

Так как $\Delta > 0$, то это означает, что функция (5) в точке M_0 имеет экстремум и его характер зависит от знака второй производной $A = f_{b_1b_1}(M_0) < 0$. так как $A < 0$, то функция (5) в стационарной точке M_0 имеет максимум.

Таким образом, чтобы при последовательном экстрагировании получить максимальное извлечение уксусной кислоты из водного раствора, объем бензола следует разделить на три равные части.

Литература

1. Батунер Л.М. Математические методы в химической технике / Л.М. Батунер, М.Е. Позин. – Ленинград : Изд-во "Химия", 1971. – 824 с.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Ковга Екатерина, Мацко Виктория

1 курс, Автотракторный факультет,
Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Республика Беларусь,
e-mail: vikamatsko16@gmail.com

Руководитель: Бадак Бажена Александровна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,
Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Республика Беларусь
e-mail: badak.ba@bntu.by

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ХИМИИ И МЕДИЦИНЕ

В химии, физической химии и химической технологии широко используются математические методы для проведения теоретических и технологических расчётов.

В первую очередь математика для химиков – это ценный инструмент для решения многочисленных химических задач. Практически невозможно найти какой-либо раздел математики, который не используется в химии.

Выражение «математическая химия» прочно вошло в лексикон химиков.

Графическое представление молекул и их свойств – теория графов в химии:

Изучение связи свойств веществ с их строением – одна из основных задач химии.

Порядок соединения атомов имеет ключевое значение для свойств веществ. На этом понятии основано представление молекул с помощью графов. Атомы представляют из себя вершины, а химические связи между ними – ребра, соединяющие вершины.

В графическом представлении длины связей и углы между ними игнорируются. На рисунке 1 изображена структурная формула C_4H_{10} , а на рисунке 2 изображена структурная формула того же вещества, но уже с использованием графов.

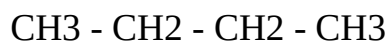


Рисунок 1 – Структурная формула

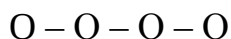


Рисунок 2 – Структурная формула с графами

Атомы водорода в таких графах не указываются, так как их расположение можно однозначно установить по структуре углеродного скелета.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Графы – это математические объекты, поэтому их можно характеризовать с помощью чисел. Благодаря идеи выражать строение молекул числами, связанными со структурой молекулярных графов, появилась возможность рассчитав эти числа для большого числа молекул, установить связь между значением и свойствами данного вещества, после чего предсказать свойства новых, еще не синтезированных веществ. Эти числа в химии называют «топологическими индексами».

Расчеты топологических индексов могут быть разными, но они должны удовлетворять некоторым требованиям: 1) каждой молекуле соответствует свой, индивидуальный индекс; 2) близкие по свойствам молекулы имеют похожие индексы.

Примером для данной статьи будет являться предельный углеводород C_5H_{12} .

Ключевым для построения многих индексов служит понятие «матрицы расстояний» D. Так называют матрицу, элементы которой показывают число ребер, разделяющих соответствующие вершины молекулярного графа. Построим эту матрицу для C_5H_{12} . Для этого изобразим молекулярную графу (Рисунок 3) и перенумеруем вершины:

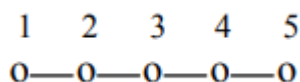


Рисунок 3 – молекулярная графа

Диагональные элементы матрицы расстояний для углеводородов равны 0. На графе вершина 1 связана с вершиной 2 одним ребром, поэтому элемент матрицы $d_{12} = 1$. Аналогично, $d_{13} = 2$, $d_{14} = 3$, $d_{15} = 4$.

Полная матрица представлена на Рисунке 4.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4 – Полная матрица

Топологический индекс, отражающий структуру молекулярного графа (G) определяется по формуле 1.

$$W(G) = \sum_{i=1}^n d_{ii} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n d_{ij} \quad (1)$$

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Индекс равен 20.

Первоначально топологические индексы разрабатывались только с целью предсказания физико-химических свойств веществ. Однако впоследствии их стали применять и для решения других задач.

Наиболее перспективные применения топологических индексов связаны с разработкой лекарственных препаратов и других биологически активных веществ.

Математические методы в медицине представляют собой комплексный набор математических подходов, которые применяются для анализа и понимания различных аспектов здоровья и болезней. Эти методы используются для создания количественных моделей, описывающих разнообразные процессы, включая динамику заболеваний, эволюцию опухолей, распространение инфекций и многое другое. В медицине математические методы помогают ученым строить модели, которые отражают сложные взаимодействия в организме человека, а также предсказывать результаты лечения и эффективность различных терапевтических подходов. Они также применяются для оптимизации процессов здравоохранения, планирования ресурсов и разработки стратегий предотвращения заболеваний. Использование математических методов в медицине позволяет ученым и медицинским специалистам более глубоко понять механизмы заболеваний, улучшить диагностику и разработать персонализированные методы лечения. Это способствует развитию инновационных подходов к охране здоровья и улучшению качества медицинской помощи.

Разумное и целенаправленное использование математических методов в медицине предоставляет значительные возможности для превращения исследований в этой области в высокотехнологичные и точные процессы, соответствующие важности медицины для современного общества. При внедрении количественных методов исследования в медицину ключевым аспектом является необходимость получения полных и обоснованных описаний процессов и явлений, представленных на языке и с использованием терминологии, специфичной для конкретных задач, которые ставят перед собой исследователи и медицинские специалисты. Только такой подход позволяет точно моделировать и анализировать сложные системы в организме человека, предсказывать результаты лечения, оптимизировать процессы здравоохранения и создавать инновационные методы диагностики и лечения, что в итоге способствует улучшению качества медицинской помощи и повышению эффективности здравоохранения в целом.

Когда удается получить достаточные количественные данные, используют более точные способы математического описания функций, зависимостей, т. е. строят уравнения, связывающие между собой отдельные

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

измеряемые (а в ряде случаев и неизмеряемые) переменные в организме. Примером могут служить вычисления ударного и минутного объема сердца по измеряемым данным частоты сердечных сокращений и формы кривой АД.

Широкое распространение для описания переменных и процессов, изменяющихся во времени, получили дифференциальные уравнения, так что одно или несколько таких уравнений выражают соотношения между изменениями основных переменных. Примером описания течения процессов в сердечно-сосудистой системе может служить так наз. модель эластичного резервуара — линейное дифференциальное уравнение, формула 2.

$$(1/k) \cdot (dP/dT) = P/R + W(t), \quad (2)$$

где переменная P — мгновенное значение АД; параметры R и k — соответственно общее сопротивление кровеносного русла току крови и коэффициент упругости аорты; $W(t)$ — мгновенная объемная скорость выброса крови из сердца. Когда исследуемая ситуация описывается системой трех-четырех и более дифференциальных уравнений, для их решения необходимо использование ЭВМ (см. Электронная вычислительная машина).

Литература

1. Математические методы в химии и химической технологии [Электронный ресурс]. Электронные данные. — Режим доступа: https://op.vlsu.ru/fileadmin/Programmy/Bacalavr_academ/04.03.01/Metod_doc/2022/CHislennye_metody_resheniya_algebraicheskikh_zadach_i_obrabotki_funkcii.pdf
2. Применение математических методов в медицине [Электронный ресурс]. Электронные данные. — Режим доступа: <https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2018/02/02/issledovatel'skaya-rabota-na-temu-primenenie-matematicheskikh-metodov-v>

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Кравчук Егор

10 класс, МБОУ «Средняя школа № 4 г. Макеевки»,
г. Макеевка, Россия
e-mail: deu-wp@yandex.ru

Руководитель: Дробышев Евгений Юрьевич

кандидат педагогических наук, учитель химии
МБОУ «Средняя школа № 4 г. Макеевки»,
г. Макеевка, Россия
e-mail: zhe-drobyshev@yandex.ru

**ОЦЕНКА ГЕМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УЧАЩИХСЯ
ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКИ**

Профилизация обучения в 10-11 классах общеобразовательных учреждений предусматривает увеличение количества уроков на изучение отдельных предметов на углублённом уровне. Углублённое изучение отдельного спектра предметов требует от учащихся большего времени на их подготовку, и как следствие сокращается время на отдых, может происходить снижение резервных возможностей основных функциональных систем организма, в том числе и сердечно-сосудистой, в связи с чем возникает вопрос: на сколько сильно отличаются гемодинамические показатели учащихся, изучающих углублённо отдельные предметы совершенно различной направленности, например естественно-научной и общественно-научной?

Цель исследования – установление и сравнение основных гемодинамических показателей учащихся 10-11 классов медицинского и исторического профилей обучения.

Задачи исследования:

- изучить литературу о гемодинамических показателях, способах их измерения и оценки методами медицинской статистики;
- экспериментально определить основные гемодинамические показатели учащихся 10-11 классов, изучающих углублённо отдельные учебные предметы, произвести статистические расчёты, позволяющие установить различия в таких показателях среди учащихся медицинского и исторических профилей;
- произвести попытку оценки влияния повышенной учебной нагрузки на гемодинамические показатели учащихся.

Объект исследования – гемодинамические показатели учащихся 10-11 классов, углублённо изучающих отдельные предметы.

Предмет исследования – зависимость гемодинамических показателей учащихся 10-11 классов от повышенной нагрузки при углублённом изучении отдельных предметов.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Описание эксперимента. Для проведения эксперимента были сформированы две группы: группа 1 (46 учащихся) и группа 2 (48 учащихся). Учащиеся группы 1 обучаются в медицинских классах и на углублённом уровне изучают биологию, математику, химию. Учащиеся группы 2 обучаются в исторических классах, где углублённо изучаются история и обществознание. Количество учебного времени, отводимое на углублённое изучение предметов в обеих группах одинаковое, и составляет по 15 часов в неделю (с учётом факультативных курсов).

Эксперимент заключался в измерении пульса и артериального давления учащихся ежедневно после окончания учебного дня на протяжении 5 дней. Для однородности условий эксперимента был подобран временной интервал, в котором у учащихся обеих групп во время эксперимента была запланирована 1 контрольная работа и 1 самостоятельная работа. Три дня из пяти были без каких-либо обязательных проверочных работ.

На основании полученных экспериментальных данных рассчитывались и оценивались такие гемодинамические показатели как: пульс, систолическое артериальное давление (САД), диастолическое артериальное давление (ДАД), пульсовое давление (ПД), частота сердечных сокращений (ЧСС), среднединамическое давление (СДД) [1, 4].

Непосредственно при помощи тонометра были измерены пульс, САД, ДАД. Остальные показатели рассчитывались по формулам, описанным в статье [3].

ПД определяли по формуле 1:

$$\text{ПД} = \text{САД} - \text{ДАД} \quad (1)$$

Для вычисления СДД использовали формулу 2:

$$\text{СДД} = \text{ДАД} + 0,43 \cdot (\text{САД} - \text{ДАД}) \quad (2)$$

После получения экспериментальных данных за весь период исследования, определяли среднее арифметическое значение для каждого изучаемого гемодинамического показателя по каждому участнику эксперимента и для дальнейших вычислений использовали полученные средние значения за весь период эксперимента.

Далее для каждой исследуемой группы вычислялись средние величины: среднее квадратичное отклонение (σ), средняя арифметическая величина (M), средняя ошибка средней арифметической величины (m) [2].

Поскольку значения САД, ДАД, ПД повторялись для отдельных участников эксперимента в изучаемых группах, то среднее квадратичное отклонение вычислялось по формуле 3:

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2 \cdot p}{n}} \quad (3)$$

где: d – разность между значением гемодинамического показателя каждого участника эксперимента и средней величиной этого показателя; p – частота встречаемости гемодинамического показателя в группе; n – число измерений.

Значения СДД для каждого участника эксперимента в обеих группах были уникальными, в связи с чем среднее квадратичное отклонение вычислялось по формуле 4:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \quad (4)$$

Для показателей САД, ДАД, ПД и СДД рассчитывалась средняя арифметическая взвешенная величина (поскольку показатели в пределах группы повторяются) по формуле 5:

$$M = \sqrt{\frac{\sum V \cdot p}{n}} \quad (5)$$

где: V – значение гемодинамического показателя.

Средняя ошибка средней арифметической величины вычислялась по формуле 6:

$$m = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

Результаты эксперимента и их обсуждение. Проведённые вычисления позволили получить обобщённые гемодинамические показатели для изучаемых групп, приведённые в таблице 1:

Таблица 1 – Обобщённые гемодинамические показатели

Гемо- динамический показатель (N)	Группа 1 (медицинские классы)				Группа 2 (исторические классы)			
	Значение N	σ	M	m	Значение N	σ	M	m
САД, мм.рт.ст.	116,7	18,1	127,3	2,6	118,3	12,7	126,9	1,9
ДАД, мм.рт.ст.	75,4	8,6	72,4	1,2	73,2	10,5	80,3	1,6
ПД, мм.рт.ст.	41,3	15,7	43,3	2,2	45,1	6,7	44,9	1,0
ЧСС, уд/мин	78,7	12,6	80,9	1,8	83,5	11,7	85,5	1,7
СДД, мм.рт.ст.	93,1	9,9	92,3	1,4	92,6	9,0	94,5	1,3

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Согласно литературным данным [1, 4] у учащихся 10-11 классов (возраст 15-17 лет) нормальное значение гемодинамических показателей должно соответствовать таким значениям: САД – от 110 до 132 мм.рт.ст.; ДАД – от 70 до 80 мм.рт.ст.; ПД – около 40 мм.рт.ст.; ЧСС – от 65 до 75 ударов в минуту; СДД – от 70 до 90 мм.рт.ст.

Сопоставление экспериментальных данных с нормальными значениями гемодинамических показателей позволяет считать, что в целом, такие показатели находятся в пределах нормы как у учащихся медицинских, так и у учащихся исторических классов. Однако стоит заметить, что все же несущественно, но превышено среднее значение ЧСС учащихся исторических классов и СДД учащихся как исторических, так и медицинских классов.

Как вывод можем высказать предположение, что углубленное изучение кардинально разных учебных предметов в рамках двух профильных классов не оказывает существенного влияния на гемодинамические показатели учащихся, однако заметим, что вопрос нуждается в более глубоком изучении.

Литература

1. Анатомия и физиология системы кровообращения: учебное пособие: для студентов, обучающихся по специальностям 31.05.01 «Лечебное дело», 30.05.01 «Медицинская биохимия», 30.05.02 «Медицинская биофизика». В 2 ч. Ч. 1. Анатомия и физиология сердца / А.Ю. Горькавая, Е.О. Алексеева, А.А. Дей, Т.Н. Климкина. – Владивосток: Издательство Дальневосточного федерального университета, 2021. – [83 с.]. – ISBN 978-5-7444-5036-6. – URL: <https://www.dvfu.ru/science/publishing-activities/catalogue-of-books-fefu/>. – Дата публикации: 23.04.2021. – Текст. Изображения: электронные.
2. Медицинская статистика: учебное пособие для студентов факультета среднего профессионального образования / Е.Е. Лобанова, А.В. Кочубей, Э.С. Антипенко, Н.Г. Дедова, А.Ф. Лебедева, И.О. Кочеткова. – М.: МГМСУ, 2015. – 128 с.
3. Минасян С.М. Гемодинамические показатели школьников при экзаменационном стрессе / С.М. Минасян, Э.С. Геворкян, Н.Н. Ксаджикян // Гигиена и санитария. – 2005. – № 5. – С. 46-49.
4. Патология сердечно-сосудистой системы. Часть I. «Важнейшие показатели кровообращения, применяемые для оценки функциональных нарушений сердечнососудистой системы.» Учебно-методическая разработка для самостоятельной работы студентов 3-4 курсов лечебного и педиатрического факультетов. – Москва : РГМУ, 2014. – 28 с.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Купавых Яна

1 курс, Факультет металлургического
и машиностроительного производства,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
Алчевск, Россия

e-mail: aluxaha@mail.ru

Руководитель: Горбатова Людмила Александровна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

e-mail: gorbatova_la@mail.ru

**НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ХИМИЧЕСКИХ
ТЕХНОЛОГИЯХ**

Химическая технология представляет собой сложные процессы, которые требуют глубокого понимания химических превращений в различного рода аппаратах. Эти превращения связаны с особенностями прохождения химических реакций, большинство из которых отличается многокомпонентностью и большим числом стадий. Весьма сложными являются при этом процессы массообмена, которые достаточно широко применяются не только при подготовке сырья для химических превращений, но и при разделении продуктов химических реакций, при отделении компонентов сырья, не вступивших в проводимую реакцию. Обязательной частью любого химического производства также являются процессы теплообмена, эффективность которых зависит как от конструктивных особенностей используемых аппаратов, так и от свойств применяемых теплоносителей, от множества технологических параметров.

Создание математических моделей для описания этих сложных процессов является важным этапом при проектировании и оптимизации химических производств. Использование современных методов математического моделирования позволяет учитывать различные аспекты процессов, такие как многокомпонентность, многостадийность, катализ и другие. Моделируются как отдельные аппараты, так и целые технологические схемы единого технологического процесса, что позволяет оптимизировать производственные процессы и повышать эффективность использования ресурсов.

Выбор метода моделирования (детерминированный или эмпирический) зависит от сложности процесса и доступности экспериментальных данных. Решение полученных математических моделей часто требует применения численных методов для решения получаемых уравнений и систем уравнений.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Однако нужная математическая модель не может быть создана исключительно математиками или профессиональными программистами, так как они всегда хуже понимают ту или иную конкретную задачу, чем профессионалы в той сфере деятельности, в которой эта задача возникла. В частности, при решении таких задач в области химической технологии огромен риск появления ошибок, которые сложно выявить. В то же время высококвалифицированные специалисты в области химической технологии, ориентирующиеся в промышленной реализации химических производств, могут достаточно самостоятельно решать возникающие специфические задачи, а также, при необходимости, контролировать решения, предлагаемые профессионалами в математике и программировании.

Такие специалисты должны уметь не только четко сформулировать возникшую задачу, предложить способы ее решения, грамотно подобрать определенный метод для этого решения при помощи компьютера, но и вовремя заметить возможные ошибки и, что особенно важно, исправить их. В этом и должен проявляться профессионализм специалистов в области химической технологии.

Важную роль при построении математических моделей играет такое математическое понятие, как функция, при этом важно умение построить ее график. Нередко в задачах математического моделирования нужно заменить используемую эмпирическую функцию приближенной функцией, при помощи которой несложно находить необходимые значения истинной функции. Одним из методов получения приближенной функции является интерполирование функций.

Часто возникает необходимость интерполяции функции, заданной дискретно на конечном числе точек (на сети точек, полученных эмпирическим путем), т.е. построение интерполяционной функции, точно проходящей через заданные точки и приближенной к истинной кривой в промежутках между этими точками.

При интерполировании функция задана таблично. Все дискретные точки, координаты которых приводятся в таблице, считаются заданными точно. Интерполяционную функцию строят внутри рассматриваемого интервала точек. Она может лучше или хуже соответствовать истинной функциональной зависимости. Практическое значение полученной интерполяционной функции состоит в получении возможности вычисления значений функции, хоть и с некоторой погрешностью, между точками данной сети.

Проиллюстрируем интерполяцию на конкретном примере. Пусть необходимо определить плотность воды в условиях комнатной температуры. Для этого можно воспользоваться существующими справочными таблицами. В этих таблицах для определенного набора значений температур, взятых с некоторым шагом в определенном

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

диапазоне, приведены значения плотности воды, т.е функция зависимости плотности воды от температуры задана таблично. Однако в практической деятельности часто требуется знать значение плотности при температуре, которой нет в таблице, но которая находится в рассматриваемом диапазоне.

Например, необходимо найти значение плотности воды при температуре 25,4 С. Воспользуемся известной таблицей плотности воды в интервале 15 С - 30 С с шагом 1 С (табл. 1).

Таблица 1 – Плотность воды в интервале 15°C – 30 С

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{г/см}^3$
15	0,99913	23	0,99757
16	0,99897	24	0,99732
17	0,99880	25	0,99707
18	0,99862	26	0,99681
19	0,99843	27	0,99654
20	0,99823	28	0,99626
21	0,99802	29	0,99597
22	0,99780	30	0,99567

При определении искомого значения плотности можно выполнить линейную интерполяцию. Для этого выбираем два табличных значения температуры, являющихся концами интервала, в котором находится нужное значение (в нашем примере это 25 °С и 26 °С), и соответствующие им два значения плотности (в нашем примере это 0,99707 г/см³ и 0,99681 г/см³). Далее полученные интервалы температуры и плотности, делим на одинаковое число частей, например, на десять частей. Теперь шаг по температуре (аргумент) стал 0,1 (т.к. (26-25):10=0,1), а по плотности (функция) стал –0,000026 (т.к. (0,99681–0,99707):10=–0,00026). Это означает, что при увеличении температуры (аргумента) на 0,1 °С плотность воды (функция) уменьшится на 0,000026 г/см³.

Заданная температура 25,4 °С отличается от табличной 24 °С (число 25,4 °С ближе к левому концу интервала 25 °С) на 0,4 °С, поэтому плотность предполагаем измененной тоже на 4 части, т.е. на –0,000104 г/см³ (т.к. –0,000026·4=–0,000104). Тогда искомое значение плотности воды равно 0,996966 г/см³ (т.к. 0,99707+(–0,000104)=0,996966). Это число находится в интервале (0,99707; 0,99681), что правильно. Итак, при температуре 25,4 °С плотность воды полагаем равной 0,996966 г/см³.

Очевидно, что в общем случае погрешность линейной интерполяции больше, чем нелинейной. Поэтому в практической деятельности чаще используют нелинейную интерполяцию, которая является более точной.

Геометрически линейная интерполяция означает замену графика функции (истинной кривой) на отрезке $[t_i, t_{i+1}]$ хордой, соединяющей точки (t_i, ρ_i) и (t_{i+1}, ρ_{i+1}) (рис. 1).

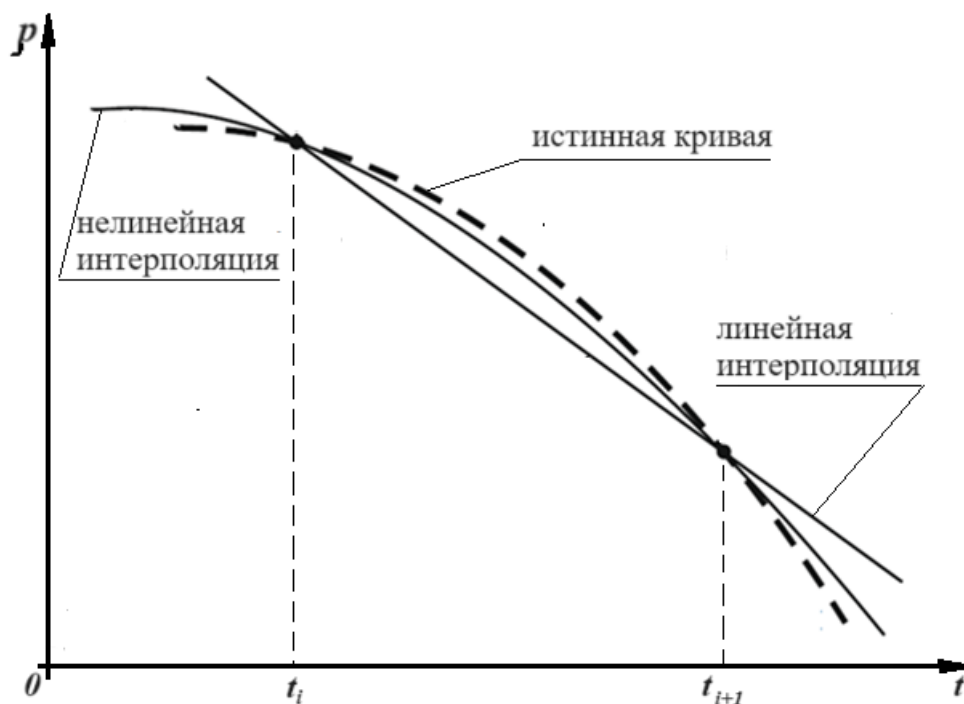
Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Рисунок 1 – Линейная и нелинейная интерполяции

Интерполяцию функций обычно применяют при ограниченных возможностях для проведения эксперимента. В связи с трудоемкостью и ограничениями в материальном обеспечении размер полученной выборки может быть недостаточно велик. Как следствие, по имеющейся таблице значений аргумента и функции невозможно в большинстве случаев получить аналитическое выражение нужной функции. Поэтому получают другую (интерполирующую) функцию с той же таблицей значений. Значения этой интерполирующей функции вычисляются несложно.

Для того, чтобы построить нужную математическую модель высококвалифицированные специалисты в области химической технологии должны уметь находить значения функции, которая задана таблично, для значений аргумента, не входящих эту таблицу. Функцию, для которой будет найдено аналитическое выражение, удобно затем исследовать при помощи обширного математического аппарата.

Изучение функции, получаемой при математическом моделировании определенного технологического процесса, состоит в сопоставлении характерных для нее особенностей. Функция – это первичная математическая модель. Математическая модель – это упрощенное описание реальных процессов и устройств при помощи математических понятий. Конечной же целью разработки математических моделей является прогнозирование результатов проведения технологического процесса и выработка определенных рекомендаций о возможных воздействиях на его ход.

Математическое моделирование играет важную роль в разработке и оптимизации химических технологических процессов, помогая повысить их

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

эффективность и экономичность. В настоящее время, в условиях огромных объемов капиталовложений, уменьшение затрат на химическое производство за счет использования оптимально рассчитанных процессов и используемых аппаратов даже на небольшие доли процента способно значительно сэкономить вкладываемые средства. Увеличение объема и повышение качества продукции химического производства возможно осуществить не только и не столько строя новые предприятия и отдельные цеха, что тоже важно, но и благодаря оптимизации уже имеющегося в наличии оборудования. В основе оптимизации химико-технологических процессов лежат математические модели и методы.

Литература

1. Еремин В.В. Математика в химии / В.В. Еремин. – 2-е изд., испр. – Москва : МЦНМО. – 2016. – 64 с.
2. Моделирование в химии: Учебное пособие (Серия «Химическая кибернетика»). / В.М. Виноградов, И.М. Колесников, В.А. Винокуров, В.А. Любименко. – Москва : ФГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2003. – 161 с.
3. Кафаров В.В. Математическое моделирование основных процессов химических производств / В.В. Кафаров, М.Б. Глебов. – Москва : Высш. шк., 1991. – 400 с.

СЕКЦИЯ 4

Информационные технологии в обучении математике

Руководитель: Абраменкова Юлия Владимировна,
кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры
высшей математики и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Ерошенко Елизавета

студенка 4 курса Факультета математики и информационных технологий
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

2-е место

Власенко Илона

студенка 1 курса магистратуры Факультета математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

3-е место

Рудакова Алина

студенка 4 курса Факультета математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Аллахвердиева Арина

2 курс магистратуры, Факультет математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: allahverdieva.arina1112@gmail.com

Руководитель: Селякова Людмила Ивановна

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: l.seliakova@mail.ru

**ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КУРС ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО
ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ**

Понятие «дистанционное обучение» давно вошло в обиход представителей нашего времени. По ряду объективных причин, в особенности в нашем регионе, дистанционное обучение иногда становится единственно-возможным. Студенты и школьники осваивают целые образовательные программы онлайн или проходят выбранные курсы дистанционно.

До возникновения пандемии 2019–2020 годов одной из задач современной школы являлось повышение многообразия видов и форм организации образовательного процесса обучающихся. По прогнозам многих экспертов дистанционные технологии, интегрированные в педагогическую систему, позволяли бы существенно увеличить образовательные возможности школьников, осуществлять выбор и реализацию индивидуальной траектории в открытом образовательном пространстве [1].

Правовой основой для системного внедрения дистанционного образования являются: Федеральный закон № 273-ФЗ от 29.09.2012г. «Об образовании в Российской Федерации» и Приказ Минобрнауки РФ от 23.08.2017 г. № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ» [5].

Дистанционным называют обучение, при котором все или большая часть учебных процедур осуществляется с использованием современных информационных и телекоммуникационных технологий при территориальной разобщенности преподавателя и студентов [1].

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Школьная программа по математике оснащена большим количеством важных содержательных разделов, и одним из таких является «Векторная алгебра».

Введение данной темы в школьном курсе объясняется тем, что вектор является универсальным математическим инструментом для решения большого класса задач, как непосредственно математических, так и прикладных, рассматриваемых в различных дисциплинах естественно-научного цикла.

Введение векторов в наше школьное образование связано с именем А.Н. Колмогорова. Благодаря работам А.Н. Колмогорова и З.А. Скопеца была подтверждена значимость понятия вектора для школьного курса геометрии, необходимость изучения векторного метода, отмечена важность реализации межпредметных связей. Пробный учебник под редакцией В.Г. Болтянского, М.Б. Воловича, Л.Д. Семушина содержал более глубокие сведения о векторной алгебре, включал большое количество геометрических задач, решаемых векторным методом [4].

Так, Е.В. Кружилина считает векторный метод одним из эффективных и имеющих широкие приложения математических методов, изучаемых в школе. Поэтому проблема совершенствования содержания и методов обучения математике в школе в свете современных требований с необходимостью включает совершенствование методики изучения векторов [2].

Таким образом, учитывая вышесказанное, согласны, что цели изучения векторного метода при решении математических задач заключаются в том, чтобы [2]:

- дать эффективный метод решения различных геометрических задач (как аффинных, так и метрических) и доказательства теорем;
- использовать векторный метод при решении задач с целью форматирования у учащихся выполнять обобщение и конкретизацию;
- формировать у учащихся такие качества мышления, как гибкость, целенаправленность, рациональность, критичность и др. [2].

Будучи материалом математическим, векторный метод находит применение в физике, географии и других науках. Векторный метод является одним из распространенных, красивых и современных методов решения задач, широко используется в сочетании с координатным методом. Он превратился в мощный метод доказательства теорем и решения задач. Одним из способов установления связи линейных и угловых величин, наряду с тригонометрическими функциями, являются векторы. Они также служат связующим звеном между алгеброй и геометрией [3].

Связывая две острые проблемы: сложность организации дистанционного обучения и важность изучения векторного метода в школьной математической программе, мы видим путем решения данных вопросов следующее:

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

а) создание электронного ресурса для изучения ключевых понятий векторной алгебры и решения практических задач, доступного как для преподавателей, так и для обучающихся;

б) создание интерактивных рабочих листов с целью оптимизации и улучшения качества преподаваемого материала.

При проектировании обучения векторной алгебре нами был создан дистанционный образовательный курс «Векторы и всё о них» [6]. Приветственная страница курса показана на рисунке 1.

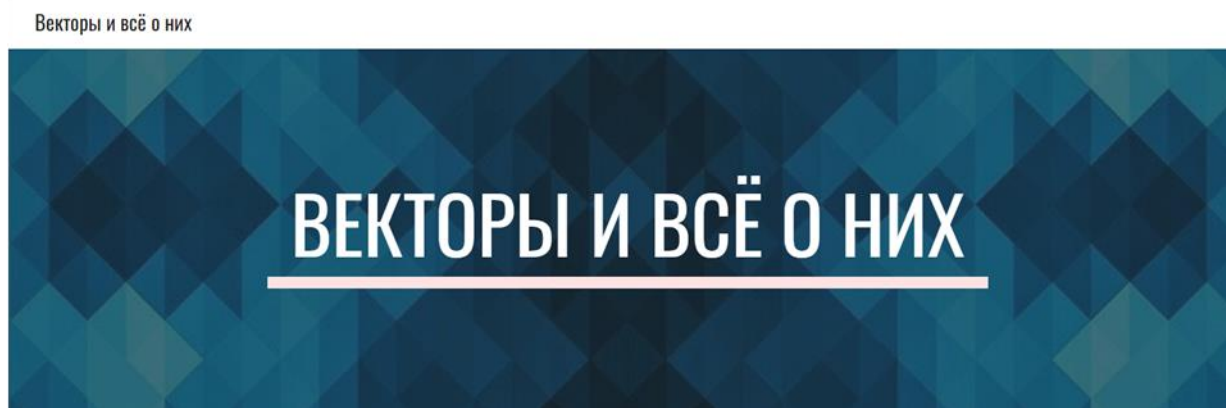


Рисунок 1 – Приветственная страница образовательного курса

Образовательный курс направлен на обучение учеников 9 класса основной школы. Его можно использовать и как основное средство обучения векторной алгебре, так и как дополнительное средство в формах групповой или внеклассной работы.

Начиная обучение, можно использовать раздел ресурса «Для тех, кто хочет знать больше» как инструмент активизации познавательной деятельности. При обучении новому материалу есть возможность использовать раздел «Видеоуроки по ключевым темам», конечно, не заменив, но хотя бы немного приблизив формат привычного очного общения на уроке.

Раздел «Видеоразборы типовых практических задач» поможет организовать обучение на этапе применения полученных знаний, а также самостоятельную работу ученика по решению практических задач (рис. 2). Раздел «Теоретический материал» целесообразно использовать как памятку с ключевыми понятиями. Блок «Практико-ориентированные задачи» можно использовать в различных формах учебного процесса и, практически, на всех его этапах. Например, в рамках недели предметных дисциплин, физики и математики, разработанная нами система практико-ориентированных задач сможет послужить инструментом демонстрации тесной связи математики и физики, алгебры и геометрии [6].

Также в рамках совершенствования данной разработки, добавлен блок «Интерактивные игры» на основе программы INTERACTY.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике



Рисунок 2 – Страница навигации по образовательному курсу

Добавили рабочие листы на некоторые темы из курса векторной алгебры, тех, которые стоят визуального дополнения [6] (рис. 3).

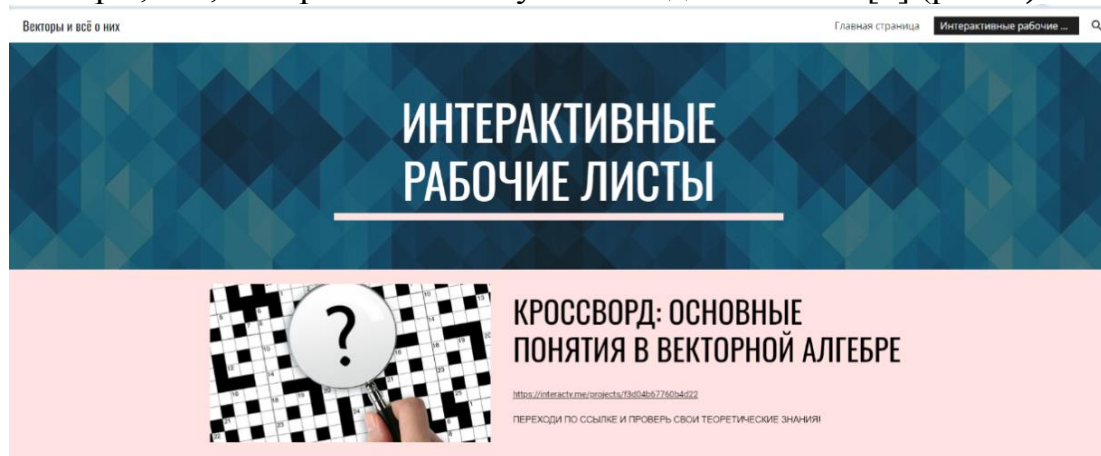


Рисунок 3 – Страница блока интерактивных листов

Составленный кроссворд позволит проверить знания теоретической базы и основных терминов. Данную разработку можно использовать как на этапе актуализации знаний, так и на этапе контроля их усвоения. Игра на соответствие «Посчитаем векторы» (рис. 4) позволит в интерактивной форме проверить практические умения и навыки. Задания представлены в короткой форме, их можно включить как математический диктант, а также на этапе применения практических знаний [6].

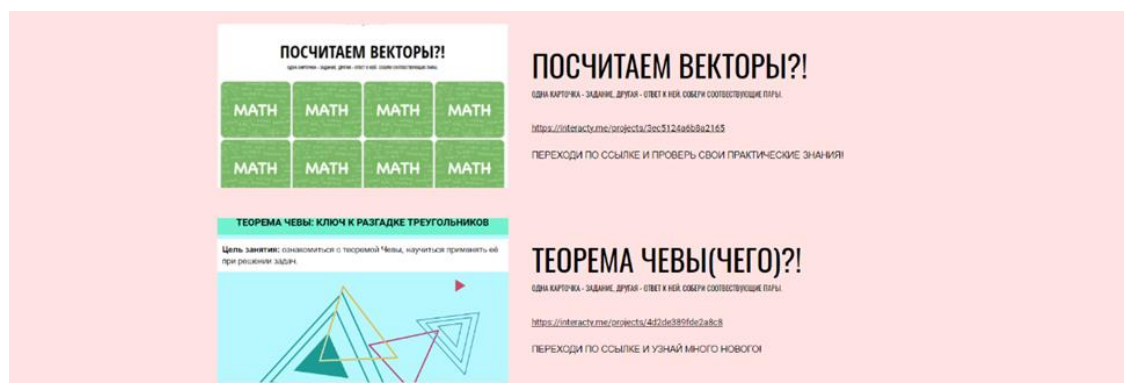


Рисунок 4 – Страница блока интерактивных листов

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Преимуществом разработанного курса является централизованность и структурированность всей информационной базы в рамках одного ресурса. Это позволит не только упростить и упорядочить процесс обучения сегодня, а и, создать условный «опорный конспект», к которому будет удобно вернуться в любое время, например, при подготовке к Государственной итоговой аттестации или Единому государственному экзамену, что актуально, в частности, для учеников 9 класса. Безусловно, созданный нами образовательный ресурс направлен на использование его в условиях дистанционного или онлайн-образования, но он также сможет стать помощником в оптимизации процесса обучения в очном формате.

Литература

1. Архипов, А.С. Система дистанционного обучения / А.С. Архипов. – Астрахань : Астраханский государственный университет, 2020. – 43 с.
2. Кружилина, Е.В. Обучение решению задач по геометрии векторным методом в средней школе / Е.В. Кружилина. – Таганрог : Таганрогский государственный университет им А.П.Чехова, 2019. – 13 с.
3. Лашманкина, А.В. Методика обучения теме «Векторы» в курсе геометрии основной школы / А.В. Лашманкина. – Тольятти : Тольяттинский государственный университет, 2018. – 61 с.
4. Мельникова, В.А. Методика обучения векторному методу в курсе геометрии основной школы / В.А. Мельникова. – Тольятти : Тольяттинский государственный университет, 2017. – 105 с.
5. Министерство просвещения России. Закон о ФГОС. [Электронный ресурс]: Официальный сайт Министерства просвещения России. – URL: <https://docs.edu.gov.ru/document/8f549a94f631319a9f7f5532748d09fa> /. – Заглавие с экрана (дата обращения: 15.014.2024)
6. Образовательный курс: «Векторы и всё о них» [Электронный ресурс] / Учебный курс. – 2022. – URL: https://sites.google.com/d/1lWFkBp3SHfWG6cO8dRqwIvLOsGRNeBGn/p/1OucDxzI1c17kmdW3tfyt_aW9dCiiziOZ/edit (дата обращения: 15.014.2024)

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Баринская Ольга

3 курс, Факультет математики и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, Россия

e-mail: o.barinskaya@mail.ru

Руководитель: Гончарова Ирина Владимировна

кандидат педагогических наук, доцент,

доцент кафедры высшей математики

и методики преподавания математики

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, Россия

e-mail: i.goncharova.dongu@mail.ru

**ОБЗОР ОНЛАЙН-ПЛАТФОРМ
ДЛЯ СОЗДАНИЯ ДИАЛОГОВЫХ ТРЕНАЖЕРОВ**

Сегодня все большую популярность набирают диалоговые тренажеры, позволяющие провести диалог с обучающимися в цифровой образовательной среде. Е.И. Скафа [2] подчеркивает, что диалог с обучающимися – это не просто разговор или беседа, это – совместная деятельность, сотрудничество, предполагающее распределение ролей.

Принцип диалоговости максимально отвечает тем задачам, которые приходится решать в условиях новых ФГОС учителям и преподавателям высшей школы [1], и реализация данного принципа возможна благодаря диалоговым тренажерам. Нами были разработаны диалоговые тренажеры с помощью программы iSpring Suite (рис. 1) и на онлайн-платформах Boris Bot (рис. 2), CORE (рис. 3), Online Test Pad (рис. 4).

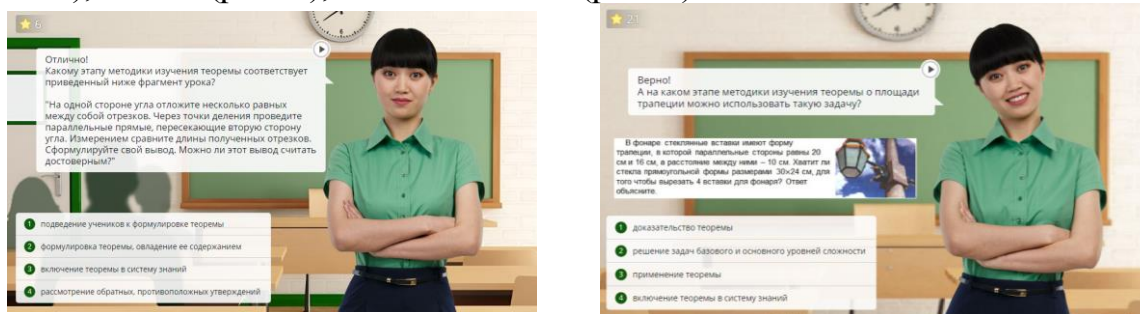


Рисунок 1 – Фрагменты диалогового тренажера по методике изучения теоремы в диалоговом тренажере iSpring Suite

Для создания диалоговых тренажеров iSpring Suite предлагает подпрограмму iSpring Talk Master. Встроенные фоны и персонажи, возможность самостоятельного их добавления качественно выделяют данную программу в вопросе создания диалоговых тренажеров, облегчая не только вопрос создания и выбора оформления цифрового продукта, но и улучшая восприятие со стороны проходящего тренажер. Немаловажными особенностями являются интуитивно понятный экран настройки сцен диалога и функция обратной связи, позволяющая направить результаты

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

прохождения диалога на почту проверяющего. Отметим, что iSpring TalkMaster является отдельной функционирующей программой, что усложняет публикацию и использование разработанных материалов.

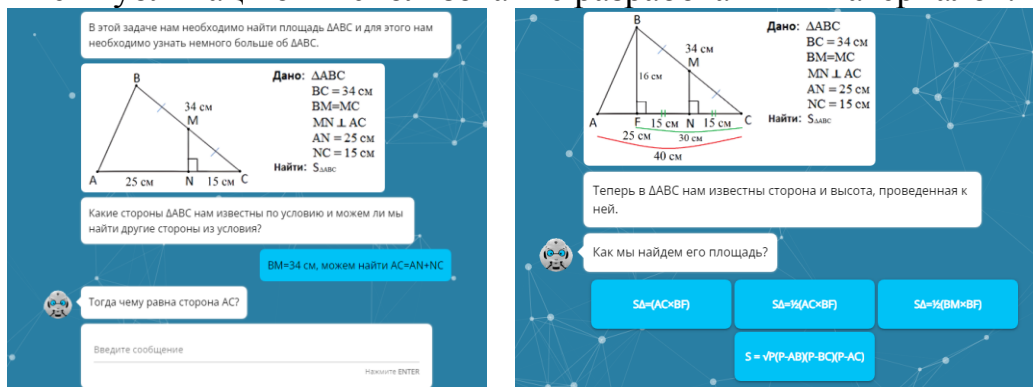


Рисунок 2 – Фрагменты диалогового тренажера по методике обучения решению задачи в диалоговом тренажере BorisBot

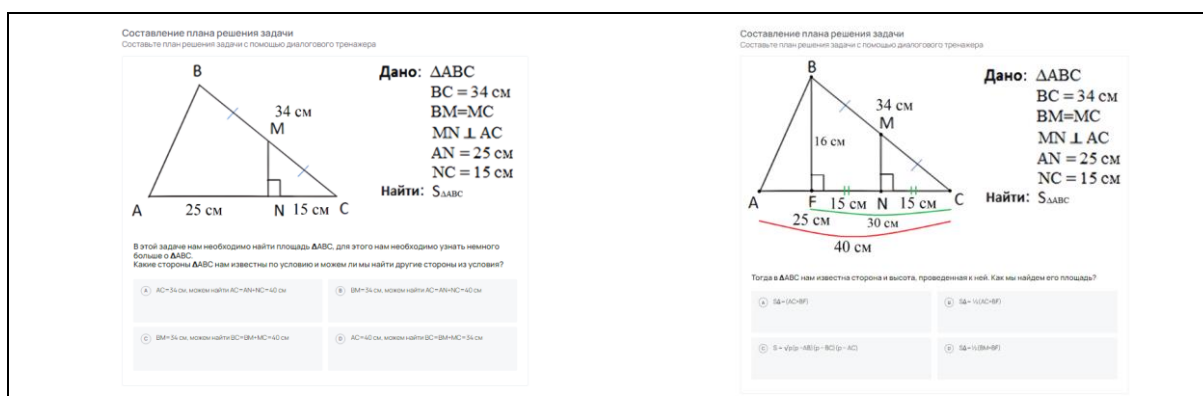


Рисунок 3 – Фрагмент диалогового тренажера по методике обучения решению задачи в CORE

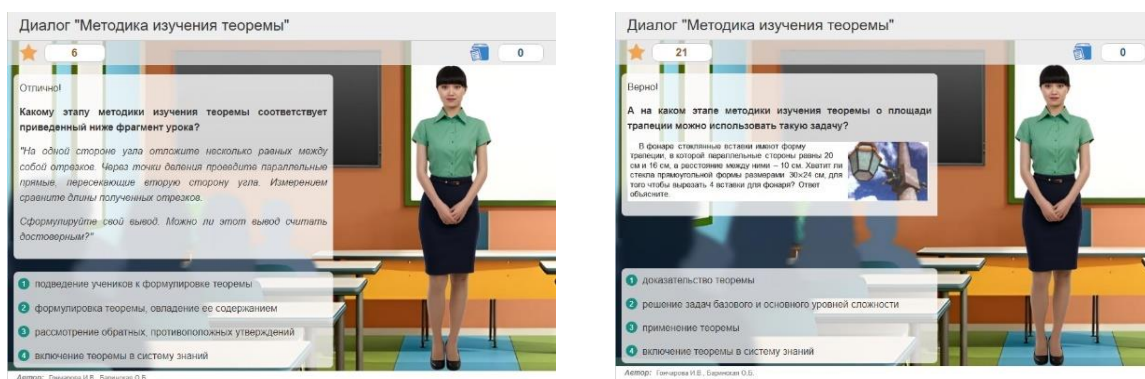


Рисунок 4 – Фрагмент диалогового тренажера по методике изучения теоремы в Online Test Pad

Альтернативой цифровых образовательных платформ в создании диалоговых тренажеров может быть конструктор BorisBot. Создание и редактирование реплик бота схоже с iSpring Talk Master. Несмотря на упрощенный внешний вид диалога как «переписки», главной особенностью является разнообразие типов реплик для проходящего – возможен не только

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

выбор ответа, но и его ввод, а также видимость предыдущих реплик в процессе прохождения. Недостатком можно выделить отсутствие мгновенной обратной связи внутри конструктора, которая нуждается в отдельной настройке.

Другой образовательной платформой, обладающей возможностью создания диалоговых тренажеров является онлайн-платформа CORE. Она имеет сильно ограниченный функционал, позволяя добавить лишь 4 варианта ответа. Невозможность добавления персонажа, «проводящего» диалог, сильно сказывается на восприятии диалогового тренажера, делая его более похожим на тест с одиночным вариантом выбора и простой возможностью настройки последовательности вопросов. Подходящим вариантом применения является платформа CORE, как встроенный диалоговый тренажер, с возможностью получения мгновенной обратной связи по результатам прошедшего диалог.

Как один из более доступных аналогов iSpring в области создания диалоговых тренажеров, можно рассматривать образовательную платформу Online Test Pad. Особенностью является дополнительное разветвление диалога «Достижения» позволяя проходящему зарабатывать не только баллы, но и «награды» в процессе прохождения, а также выгодно отличается встроенным редактором формул, позволяя делать более качественные диалоговые тренажеры в обучении математике. Обладает более сложной настройкой: при создании сцен, последовательность которых необходимо выстраивать не во вкладке их создания, что может затруднять их поиск и редактирование. Важной особенностью является возможность добавления регистрационной формы и получение мгновенной обратной связи от проходящих на платформе Online Test Pad, а также полнофункциональная работа с диалоговыми тренажерами на платформе.

Анализ сервисов создания диалоговых тренажеров позволяет утверждать, что несмотря на некоторые недостатки, каждый из них может найти свое применение в обучении. При применении диалогового тренажера, реализованного на платформе, подобранной под определенную учебную задачу, обучающийся сможет стать активным участником образовательного процесса при проверке своих знаний или закреплении навыков в условиях обучения в цифровой образовательной среде.

Литература

1. Ледовская, Т.В. Диалоговый тренажер как средство формирующего оценивания / Т.В. Ледовская, А.С. Морозов, Н.Э. Солянин // Ped.Rev. – 2023. – № 4(50) – С. 141-152.
2. Скафа Е.И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика : учебное пособие / Е.И Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2020. – 440 с.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Власенко Илона

1 курс магистратуры, Факультет математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, Россия
e-mail: ilona_vlaskina02@mail.ru

Руководитель: Машаров Павел Анатольевич

кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, Россия
e-mail: p.masharov.dongu@mail.ru

**ВИЗУАЛИЗАЦИЯ И НАХОЖДЕНИЕ ЦИЛИНДРА
МАКСИМАЛЬНОГО ОБЪЁМА ПРИ ПОМОЩИ MAPLE**

Задачи о нахождении экстремального значения некоторой величины довольно широко применяются в науке и в повседневной жизни. Точное решение таких задач использует методы математического анализа, и потому вызывает затруднения у школьников. Экстремальные задачи, возникающие из рассмотрения комбинации тел, являются еще более сложными, и, в силу недостаточно развитого воображения, могут быть не поняты школьниками, а также студентами младших курсов технических специальностей. Поэтому актуальным является подбор информационных технологий, использование их для визуализации комбинаций геометрических тел и решения экстремальных задач.

Рассмотрим задачу. Дан прямой круговой конус с радиусом основания R и высотой H . Поместим в него круговой цилиндр так, чтобы оси конуса и цилиндра совпадали. Задача состоит в том, чтобы найти параметры цилиндра (высоту и радиус основания), при которых объем цилиндра, помещенного в конус, был максимальным.

Сначала решим задачу о нахождении экстремума (цилиндра наибольшего объема) аналитическими методами.

Пусть r и h – радиус основания и высота цилиндра. Так как в конус с радиусом основания R и высотой H , вписан цилиндр, то имеем подобные треугольники в осевом сечении, откуда $\frac{h}{H} = \frac{R-r}{R}$, $h = \frac{H(R-r)}{R}$ (см. рис. 1).

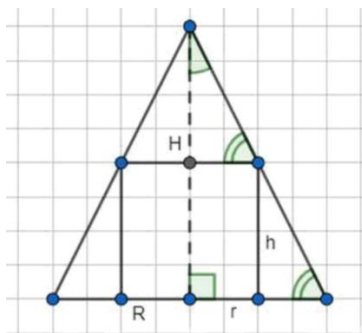
Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Рисунок 1 – Осевое сечение конуса и цилиндра

Объем цилиндра $V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot \frac{H(R-r)}{R} = \frac{HR\pi r^2 - H\pi r^3}{R}$ является функцией от $r \in (0; R)$. Для нахождения наибольшего значения найдем производную функции $V(r)$:

$$V'(r) = \frac{H\pi}{R} \cdot (R(r^2)' - (r^3)') = \frac{H\pi}{R} \cdot (2Rr - 3r^2) = \frac{\pi H}{R} (2R - 3r)r.$$

Производная равна нулю, если $r_1 = 0 \notin (0; R)$ или $r_2 = \frac{2R}{3}$. Так как графиком квадратичной функции $V'(r)$ является парабола с ветвями вниз, то при переходе через r_2 производная меняет знак с «+» на «-», значит при $r = \frac{2R}{3}$ функция $V(r)$ имеет локальный максимум и достигает наибольшее значение. При этом высота цилиндра $h = \frac{H(R - \frac{2R}{3})}{R} = \frac{H}{R} \cdot \frac{R}{3} = \frac{H}{3}$.

Отсюда получаем, что максимальный объем цилиндра, вписанного в конус, достигается при $r = \frac{2R}{3}$, $h = \frac{H}{3}$.

Для построения геометрических тел параметры должны иметь числовые значения. Форму конуса задают не радиус основания и высота, а их отношение. Поэтому далее будем изображать конус с радиусом основания $R = 1$.

Система компьютерной алгебры Maple обладает широкими возможностями, среди которых символьные вычисления (преобразования, решение уравнений, дифференцирование), построение графиков функций и поверхностей, анимация рисунков. Поэтому целесообразно выбрать эту среду программирования для построения изображений.

Чтобы внутри конуса был виден цилиндр, поверхности тел должны быть изображены в некотором смысле полупрозрачными. А некоторые части имеет смысл сделать прозрачными, чтобы не перегружать сочетание цветов на рисунке.

Предлагается изобразить лишь боковую поверхность конуса, боковую поверхность и нижнее основание цилиндра.

Для изображения тел составим различные процедуры с соответствующими параметрами. Это позволит использовать их несколько раз, облегчит дальнейшие построения комбинации тел и анимацию.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Стандартной параметризацией боковой поверхности конуса, основание которого имеет радиус 1 и лежит в плоскости xOy , а вершина имеет координаты $(0,0,h)$, является $x = r \cos t$, $y = r \sin t$, $z = h(1 - r)$, $r \in [0; 1]$, $t \in [-\pi; \pi]$. Основание конуса при таком же диапазоне значений параметров может быть задано формулами $x = r \cos t$, $y = r \sin t$, $z = 0$. Параметром, который передается в процедуру построения конуса, является высота h .

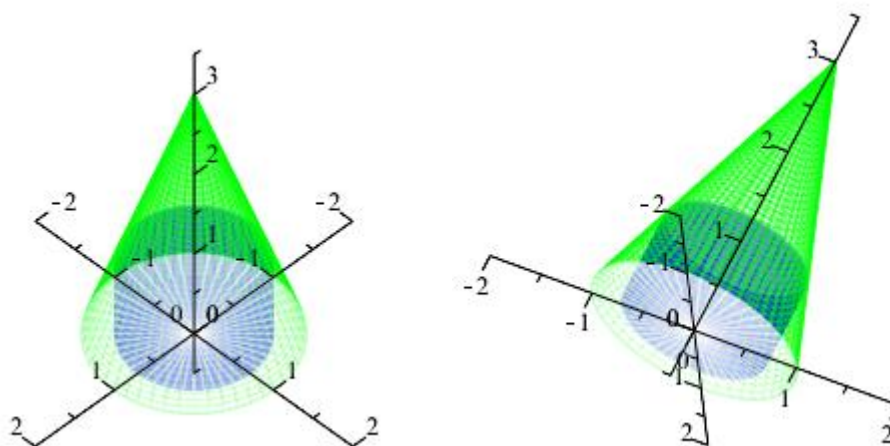
Цилиндр будем строить таким, что окружность его верхнего основания будет лежать на боковой поверхности конуса, а нижнее основание находится в плоскости xOy . Поэтому в процедуру построения цилиндра будут передаваться два параметра: высота конуса h и радиус основания цилиндра u . Как и раньше (см. рис. 1), высота цилиндра $v = h(1 - u)$. Стандартной параметризацией боковой поверхности цилиндра является $x = u \cos t$, $y = u \sin t$, $z = z$, $z \in [0, v]$, $t \in [-\pi, \pi]$. Основание цилиндра при таком же диапазоне значений параметров может быть задано формулами $x = \frac{uz}{h(1-u)} \cos t$, $y = \frac{uz}{h(1-u)} \sin t$, $z = 0$.

Определим константу HC – высоту конуса. Значение величины MX определим таким образом, чтобы изображение строилось в кубе со стороной $2MX$ для минимизации искажений.

Команда `display` позволяет соединить несколько изображений (в данном случае – процедур) в одной системе координат, задать дополнительные параметры. Воспользуемся ею, указав отображаемую часть пространства – внутренность куба с ребром $2MX$. Таким образом, для изображения конуса высоты 3 и вписанного в него цилиндра с радиусом основания 0,7, необходимо в среде Maple выполнить последовательно команды

```
restart: with(plots): with(plottools):
Cone:=proc(h) plot3d([[r*cos(t), r*sin(t), h*(1-r)], [r*cos(t), r*sin(t), 0]],
r=0..1, t=-Pi..Pi, style=wireframe, color=[green, white]) end proc:
Cylindre:=proc(u,h) local v:=h*(1-u): plot3d([[u*cos(t), u*sin(t), z],
[z*u*cos(t)/(h*(1-u)), z*u*sin(t)/(h*(1-u)), 0]], z=0..v, t=-Pi..Pi,
style=wireframe, color=blue) end proc:
HC:=3; MX:=(HC+1)/2:
display(Cylindre(.7, HC), Cone(HC), axes=normal, view=[-MX..MX, -
MX..MX, -.5...5+HC])
```

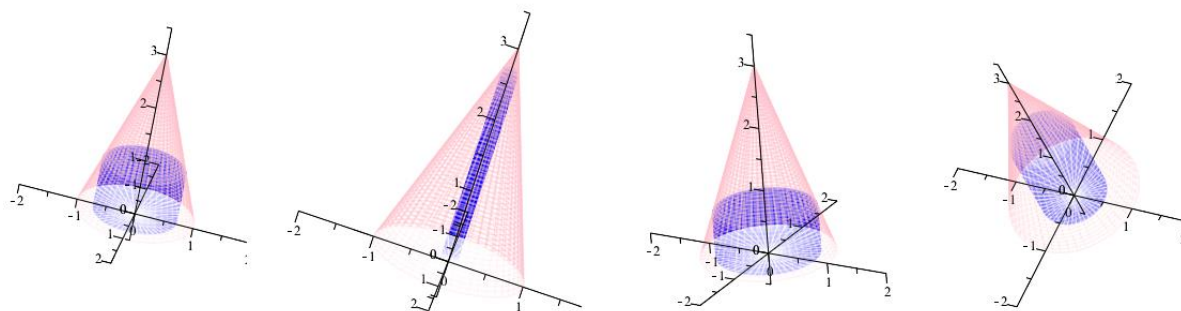
В результате получим изображение, которое можно поворачивать и рассматривать под разными углами (см. рис. 2).

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике*Рисунок 2 – Цилиндр внутри конуса*

Одной из возможностей Maple является создание анимации. В рамках рассматриваемой задачи интересно было бы проследить за цилиндрами разных радиусов, расположенных в фиксированном конусе. Для этого определим процедуру, комбинирующую построение конуса высоты HC и вписанного в него цилиндра. Параметром процедуры является основание цилиндра. Построим серию кадров с изменением радиуса цилиндра в промежутке от 0,1 до 0,9, выполнив дополнительно команды

```
Komb:=proc(osn) display(Cylindre(osn, HC), Cone(HC), axes=normal,
view=[-MX..MX, -MX..MX, -.5...5+HC]) end proc:
animate(Komb, [osn], osn=.1...9)
```

Чтобы показать гибкость предложенной процедуры визуализации, изменим цвет боковой поверхности конуса. В результате получим серию рисунков (см. рис. 3).

*Рисунок 3 – Цилиндры с разными радиусами оснований внутри конуса*

При выборе построенной анимации верхняя панель, расположенная в среде Maple, позволяет запустить анимацию пользователю (ученику или студенту для наглядности). Также с помощью «ползунка» можно изменять радиус вписанного цилиндра самостоятельно (см. рис. 4).

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике*Рисунок 4 – Панель навигации*

Продemonстрируем решение задачи о нахождении цилиндра максимального объема, расположенного внутри конуса, при помощи Maple. Подставив в формулу объема цилиндра $V = \pi r^2 h$ значение $h = \frac{H(R-r)}{R}$, получим функцию $V(r)$. Вычислим её производную $Vr = V'$, найдем множество *rad* корней уравнения $Vr = 0$:

```
restart: Vc:=Pi*r^2*h: V:=subs(h=H*(R-r)/R, Vc): Vr:=diff(V, r):
rad:=solve(Vr = 0, r)
```

В результате получили

$$0, \frac{2}{3}R.$$

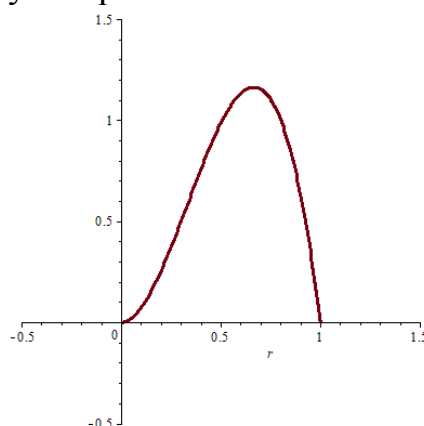
Нас интересует второй корень. Чтобы определить, является ли он точкой экстремума, воспользуемся вторым достаточным условием существования экстремума. Вычислим вторую производную функции $Vrr = Vr'$ и найдем её значение в этой точке:

```
Vrr:=diff(Vr, r): subs(r=rad[2], Vrr)
```

В результате получили $-2H\pi$.

Это отрицательное число, значит второй корень является точкой максимума.

Для наглядности проведенных исследований построим график функции $V(r)$. Определим значения радиуса и высоты конуса соответственно $Rc = 1$, $Hc = 2,5$. Выполнив дополнительно команды $Rc:=1: Hc:=2.5: Vg:=subs([R=Rc, H=Hc], V): plot(Vg, r=0..Rc, view=[-0.5..1.5, -0.5..1.5], thickness=3)$ получим рис. 5.

*Рисунок 5 – График зависимости объема цилиндра от радиуса основания*

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Наличие продемонстрированных в работе возможностей Maple говорит о том, что эта система является мощным инструментом для визуализации математических объектов, решения задач. Умение пользоваться таким инструментом является полезным для современного учителя математики. С другой стороны, кажущаяся простота используемых формул основана на понимании фундаментальных связей между математическими объектами. Поэтому изучение систем типа Maple полезно для будущих учителей математики, не должно выполняться после глубокого изучения математики.

Литература

1. Программное обеспечение ЭВМ. MAPLE [Электронный ресурс]: учебное пособие / [А. И. Дзундза, М. Д. Гремалюк, И. А. Моисеенко и др.]; ГОУ ВПО Донецкий национальный университет, Факультет математики и информационных технологий. – Донецк: ДонНУ, 2015. – электронные данные (1 файл).

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Ганина Маргарита

11-А класс, ГБОУ «Гимназия им. Г.Т. Берегового г.о. Енакиево»

г. Енакиево, Россия

Руководитель: Панченко Анна Витальевна

учитель математики

ГБОУ «Гимназия им. Г.Т. Берегового г.о. Енакиево»,

г. Енакиево, Россия

e-mail: Dolzhikova23@mail.ru

**ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В РАБОТЕ УЧИТЕЛЯ
МАТЕМАТИКИ**

В последние годы искусственный интеллект (ИИ) стал неотъемлемой частью образовательного процесса, существенно изменяя подходы к преподаванию математики. Учителя могут использовать ИИ для создания индивидуализированных учебных планов, основанных на уровне знаний и потребностях каждого ученика. Благодаря аналитике больших данных, системы способны выявить пробелы в понимании материалов, позволяя преподавателям своевременно корректировать стратегию обучения.

Кроме того, ИИ предоставляет мощные инструменты для автоматизации рутинных задач, таких как оценка домашних заданий и тестов, тем самым освобождая время учителей для более продуктивной работы с учениками. Умные учебные платформы могут внедрять игровые элементы и интерактивные задания, что делает процесс изучения математики более увлекательным и эффективным.

Рассмотрим более подробно некоторые способы, которыми ИИ может улучшить работу учителя математики.

1. Персонализированное обучение. С интеграцией искусственного интеллекта в учебный процесс возникает возможность создания персонализированных учебных маршрутов. Такие маршруты позволяют ученикам двигаться в собственном темпе, а также выбирать темы и задачи, наиболее интересные и полезные для них. Это не только увеличивает вовлеченность учащихся, но и развивает их самостоятельность в обучении.

Кроме того, ИИ способен оперативно адаптироваться к изменениям в ходе обучения. Например, в случае, если ученик начинает испытывать трудности с определенной темой, алгоритмы могут предложить дополнительные ресурсы или упрощенные объяснения, тем самым предотвращая ухудшение его успеваемости. Такой подход минимизирует стресс и позволяет ученикам уверенно двигаться вперед.

2. Автоматизация задач. ИИ может значительно облегчить рутинные задачи, позволяя учителям сосредотачиваться на более творческой и индивидуализированной работе с учениками. Например, автоматизация оценки домашней работы и тестов позволяет учителям

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

экономить время, которое они могут потратить на помощь учащимся с творческими и олимпиадными заданиями или на разработку интересных уроков.

3. Анализ данных. Системы анализа данных отслеживают прогресс учащихся, выявляют пробелы в знаниях и обеспечивают учителей данными, необходимыми для принятия обоснованных решений.

Инструменты визуализации данных помогают учителям быстро понять и интерпретировать данные об учащихся.

4. Создание интерактивного контента. Программное обеспечение для создания игр использует ИИ для создания увлекательных и образовательных математических игр, которые привлекают учащихся и укрепляют их понимание. Виртуальные и дополненные реальности позволяют учителям создавать иммерсивные математические среды, которые улучшают вовлеченность и понимание учащихся.

5. Профессиональное развитие. Онлайн-курсы и платформы с использованием ИИ предоставляют учителям доступ к профессиональному развитию в удобное для них время. Инструменты для анализа уроков используют ИИ для предоставления учителям обратной связи и рекомендаций по улучшению преподавания.

Рассмотрим примеры образовательных платформ, использующих искусственный интеллект.

В 2013 году ученый Дэвид Арнау вместе с коллегами из университета Валенсии разработали обучающую систему для изучения арифметических и алгебраических способов решения словесных задач. Искусственный интеллект на основе гиперграфа (HBPS) смог перевести задачи на алгебраический язык и, в некоторых случаях, предоставить арифметический способ решения задачи. Система использует простые для понимания пользователей гиперграфы для представления процесса решения, включая многие альтернативные варианты и способы решения. HBPS также обеспечивает автоматическую обратную связь, когда пользователь совершает ошибку [1].

В 2010 году доктор философии К. Р. Бил и его коллеги также провели три исследования со старшеклассниками, чтобы оценить Animal Watch – интеллектуальную систему обучения арифметике и дробям. Программное обеспечение основывалось на алгоритмах искусственного интеллекта для обеспечения индивидуальной поддержки студентов. Animal Watch содержит словесные задачи от самых простых до самых сложных, предназначенные для обучения пользователя базовым вычислительным и функциональным навыкам. Искусственный интеллект может оценить способности студента по каждой теме и соответственно дать полезные советы или перейти к новой математической теме. В целом, результаты исследований подтвердили гипотезу о том, что программное обеспечение может быть не просто полезным, но и мотивирующим образовательным инструментом [2].

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Одним из ярких примеров является приложение «Khan Academy», которое использует адаптивные алгоритмы для персонализации учебного процесса. Платформа анализирует успехи студентов и предлагает задания, соответствующие их уровню знаний, что способствует более глубокому усвоению материала.

Платформа «IXL» также эффективна в применении ИИ. Она предлагает интерактивные задания с мгновенной обратной связью, а встроенные функции анализа помогают выявлять пробелы в знаниях и корректировать направление обучения. Эти платформы в значительной мере способствуют доступности образовательных ресурсов и позволяют обучающимся учиться в своем темпе.

Одним из примеров российских образовательных платформ является платформа «Фоксфорд», которая предлагает интерактивные курсы по математике для школьников. Здесь ученики получают возможность изучать материалы в удобном для них темпе, а ИИ анализирует их успеваемость, предлагая индивидуальные рекомендации для улучшения результатов.

Еще одной заметной платформой является «Учи.ру», которая предоставляет доступ к множеству упражнений и задач, автоматически подбираемых согласно уровню подготовки ученика. Искусственный интеллект помогает в анализе ошибок и предлагает дополнительные материалы для закрепления сложных тем, что значительно увеличивает эффективность обучения.

Несмотря на то, что ИИ предлагает множество преимуществ, учителям математики следует учитывать следующие моменты: необходимость обучения и подготовки в области ИИ; потенциальные проблемы с конфиденциальностью и безопасностью данных; важность использования ИИ в качестве инструмента, а не замены для учителей.

Внедряя ИИ в свою работу, учителя математики могут улучшить обучение, повысить вовлеченность учащихся и освободить время для более значимого взаимодействия. При правильном использовании ИИ может стать мощным союзником в деле предоставления всем учащимся качественного математического образования.

Литература

1. Арнау Д. Основы проектирования и функционирования интеллектуальной обучающей системы для изучения арифметических и алгебраических способов решения словесных задач / Д. Арнау, М. Аревалильо-Эрраес, Л. Пуч, Дж. Гонсалес-Калеро // Компьютеры и образование. – 2013. – С. 119-130.
2. Оценка AnimalWatch: интеллектуальная система обучения арифметике и дробям / К.Р. Бил, И. Арройо, П.Р. Коэн, Б.П.Вулф, К.Р.Бил // Журнал интерактивного онлайн-обучения. –2010. – № 9. – С. 64-77.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Ерошенко Елизавета

4 курс, Факультет математики и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: yeroshenko03@internet.ru

Научный руководитель: Гончарова Ирина Владимировна

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: i.goncharova.dongu@mail.ru

**ОПЫТ РАЗРАБОТКИ ОДНОГО УРОКА МАТЕМАТИКИ В ТРЕХ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОНЛАЙН-КОНСТРУКТОРАХ**

Электронное обучение – это неотъемлемая часть современного образовательного процесса. Ю.Н. Гамбеева и Е.И. Сорокина [1] определяют электронное обучение (*e-learning*), как инновационную методику обучения, которая является существенным развитием дистанционной формы и базируется на применении мультимедийных и интернет-технологий для повышения доступности и качества образования.

В настоящее время можно найти огромное количество электронных ресурсов для обучающихся, изучающих темы школьного курса математики в асинхронном формате обучения, но они имеют ряд недостатков (неполный объем информации, отсутствие взаимодействия учителя и ученика, привязка к определенному учебнику, работа только на компьютере и т. д.). Для решения данной проблемы учителя имеют возможность разрабатывать собственные электронные уроки.

Электронный урок – это форма организации обучения с целью овладения учащимися изучаемым материалом при использовании современных средств информационно-коммуникационных технологий и разнообразных электронных средств обучения [3].

Процесс создания электронного урока достаточно трудоемкий и включает несколько этапов: подбор материала; учет структуры электронного урока; составление сценария урока; непосредственное создание электронного урока [2]. При разработке электронных уроков по математике мы учитывали методические требования к проектированию учебного материала, сформулированные И.В. Гончаровой [2].

Исходя из нашего опыта проектирования электронных уроков, рассмотрим такие конструкторы как iSpring Suite, Online Test Pad, CORE.

Наш опыт создания электронных уроков начался с конструктора *iSpring Suite*. Несмотря на интересные возможности этой программы, мы

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

вынуждены были перейти к поиску другой платформы в силу невозможности ее использования в бесплатном доступе.

Следующим средством по разработке электронных уроков стал простой и удобный конструктор *Online Test Pad*. Это бесплатный многофункциональный сервис для организации процесса обучения, доступен через Интернет и размещен на серверах разработчика. Его возможности: 1) конструктор тестов (гибкая настройка теста параметрами, 17 типов вопросов, 4 типа результата, удобный инструмент статистики, стилизация и брендинг, удобно на всех девайсах, разные способы доступа к тесту); 2) конструктор опросов; 3) конструктор кроссвордов; 4) комплексные задания; 5) конструктор диалоговых тренажеров (гибкая настройка диалога параметрами, удобный инструмент статистики, персонажи, фоны, достижения); 6) конструктор уроков; 7) Система Дистанционного Обучения (организации; обучающиеся, сотрудники, роли; учебные группы и дисциплины; учебные материалы; различные типы заданий; статистические отчеты; календарь занятий; кабинет обучающегося). Его главным преимуществом является то, что он имеет простой и удобный инструмент СДО, где можно учить и тестировать обучающихся из любой точки мира и отслеживать их успеваемость. При разработке электронных уроков у нас возникли сложности при встраивании интерактивных упражнений из сторонних сервисов, редактировании текста, настройке дизайна урока.

Наши дальнейшие поиски доступного и более удобного ресурса для проектирования электронных уроков привели к CoreApp – онлайн-платформе для запуска курсов, разработанной для создания, совершенствования и эффективной передачи образовательных материалов.

CORE (Construct Online Resources for Education) – технологичный стартап в сфере онлайн-образования – децентрализованная онлайн-платформа конструирования образовательных материалов и проверки знаний с аналитической системой выработки индивидуальных рекомендаций для пользователей. Платформа позволяет создавать учителям образовательные материалы онлайн, делиться ими с учениками, отслеживать выполнение заданий и анализировать результаты обучения. Разрабатывать неограниченное количество уроков можно бесплатно, используя тариф «Базовый». Имеется возможность создавать различные формы электронного материала. В зависимости от цели проведения урока можно выбрать следующие формы: урок или викторина/олимпиада.

Электронный урок, разработанный в CORE, может содержать много интерактивных заданий, созданных, как в самой платформе, так и с помощью других сервисов: LearningApps, Wordwall, Quizlet, 3D Viewer Online, Apple Music, Landbot, Typeform, Google Forms, Trinket, Thinglink, Genially.

Онлайн-платформа CORE имеет встроенный редактор TeX, обладающий большим выбором функций и представленный в виде небольшого окна со строкой для кода и предпросмотром результата.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

К сожалению, при всех перечисленных достоинствах, можно выделить и недостатки. В первую очередь – это отсутствие СДО. Также неполный выбор типов тестовых заданий и недостаточно гибкая настройка тестирования. Невозможность использования встроенного редактора TeX для написания математических формул в вопросе тестового задания. Данная онлайн-платформа больше подходит для самообучения, чем для контроля знаний обучающихся.

Мы разработали электронный урок эвристического факультатива по математике «Способ рассуждений, упрощающий жизнь» для самостоятельного изучения учащимися основной школы эвристического приема «контрпример» в трёх вышеперечисленных конструкторах. Несмотря на одно содержание, в результате получилось три разных урока, каждый имеет свои особенности. Для примера проиллюстрируем фрагменты разработанных уроков на рис. 1-3 (этап урока «Контрпример в обычной жизни. Занимательные сведения»).

На каждом представленном фрагменте электронного урока можно увидеть, как отображается структура занятия:

– в уроке, разработанном в iSpring Suite, структура урока представлена на боковой панели плеера слева (см. рис. 1);

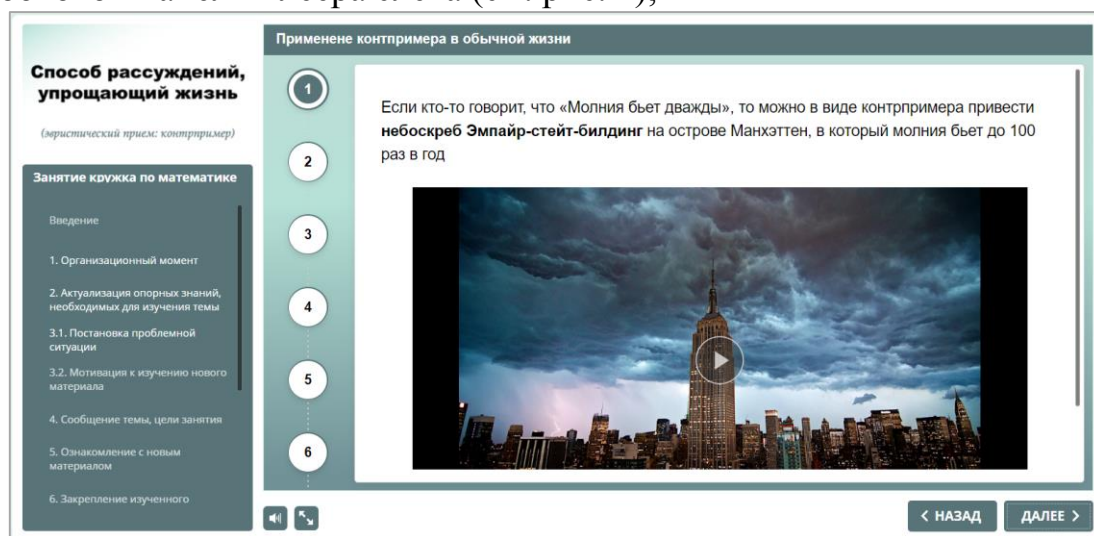


Рисунок 1 – Фрагмент электронного урока, разработанного в программе iSpring Suite

– в уроке, разработанное в конструкторе Online Test Pad, выделяются учебные блоки, соответствующие этапам занятия (см. рис. 2);

– при открытии ссылки на урок, разработанный на онлайн-платформе CORE, в без страничной версии урока отображаются отдельные блоки, отображающие его структуру (см. рис. 3).

Также для примера приведем статистические отчеты для отслеживания процесса обучения по разработанным электронным урокам в конструкторе Online Test Pad (см. рис. 4) и на онлайн-платформе CORE (см. рис. 5). В iSpring Suite обратная связь представляется, как отправка результатов тестирования учителю на электронную почту.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

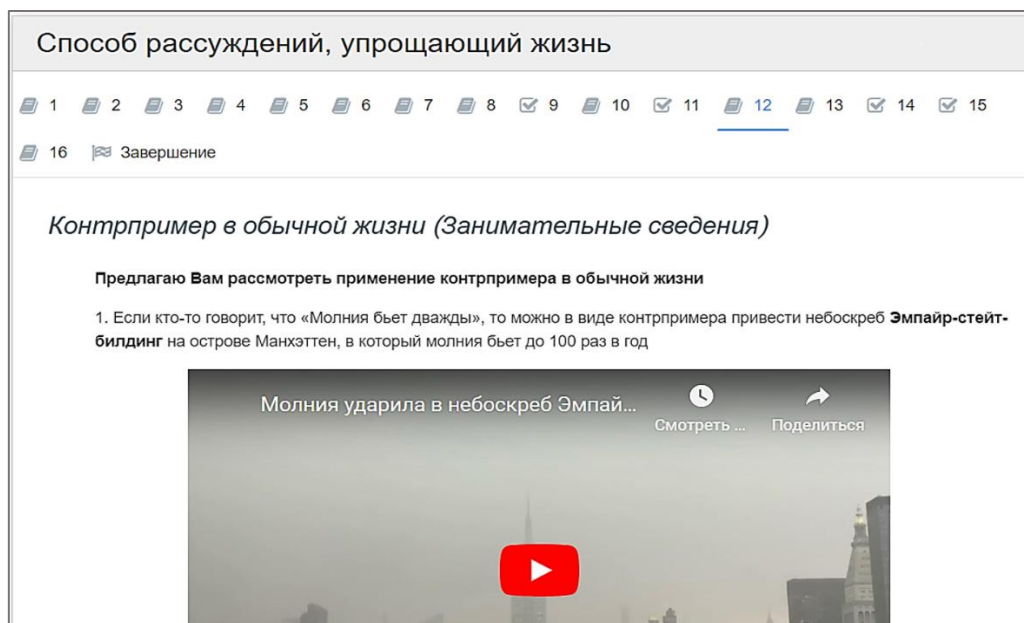


Рисунок 2 – Фрагмент электронного урока, разработанного на онлайн-платформе Online Test Pad

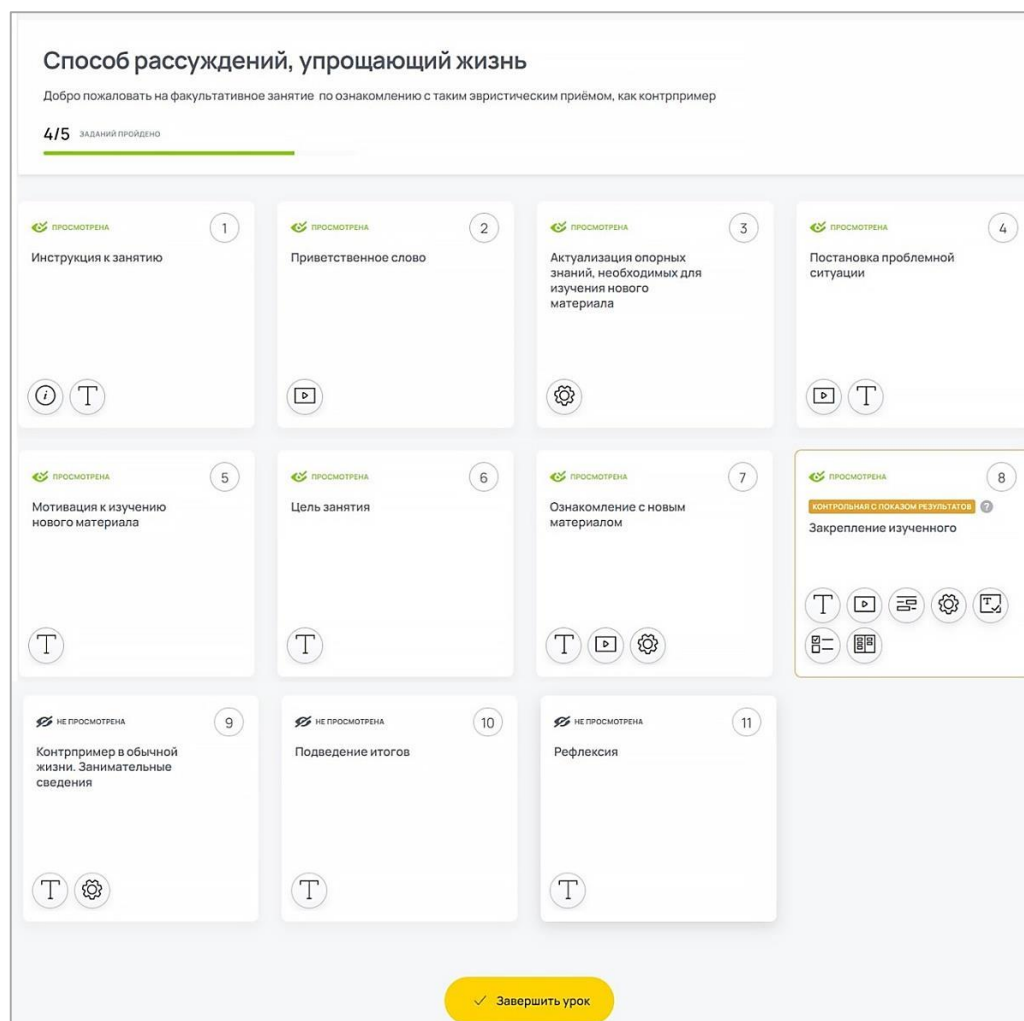


Рисунок 3 – Фрагмент электронного урока, разработанного в CORE

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Способ рассуждений, упрощающий жизнь

Кол-во прохождений Таблица результатов

10 🔍 Сохранить в Excel Пересчитать

☐	#	Пользователь	Протокол IP	Дата завершения	Потрачено времени	Фамилия Имя	Кол-во баллов	Максимальное кол-во баллов	Процент (%)
☐	668973	Лысун Ольга	176.124.3.177	13.04.2024 15:59	00:30:28	Лысун Ольга	8	8	100
☐	668967		188.190.221.164	13.04.2024 15:42	00:30:57	Любимов Денис	8	8	100
☐	668958		95.25.52.230	13.04.2024 15:24	00:15:19	Брызкало Анастасия	6	8	75
☐	668953		178.158.177.155	13.04.2024 15:05	00:28:08	Сергеева Анастасия	8	8	100
☐	668952		37.79.47.254	13.04.2024 15:05	00:23:53	Петренко Марина	8	8	100
☐	668941		176.121.193.17	13.04.2024 14:15	00:07:26	Екатерина Ткаченко	7	8	87.5

Рисунок 4 – Таблица результатов по прохождению электронного урока, разработанного в конструкторе Online Test Pad

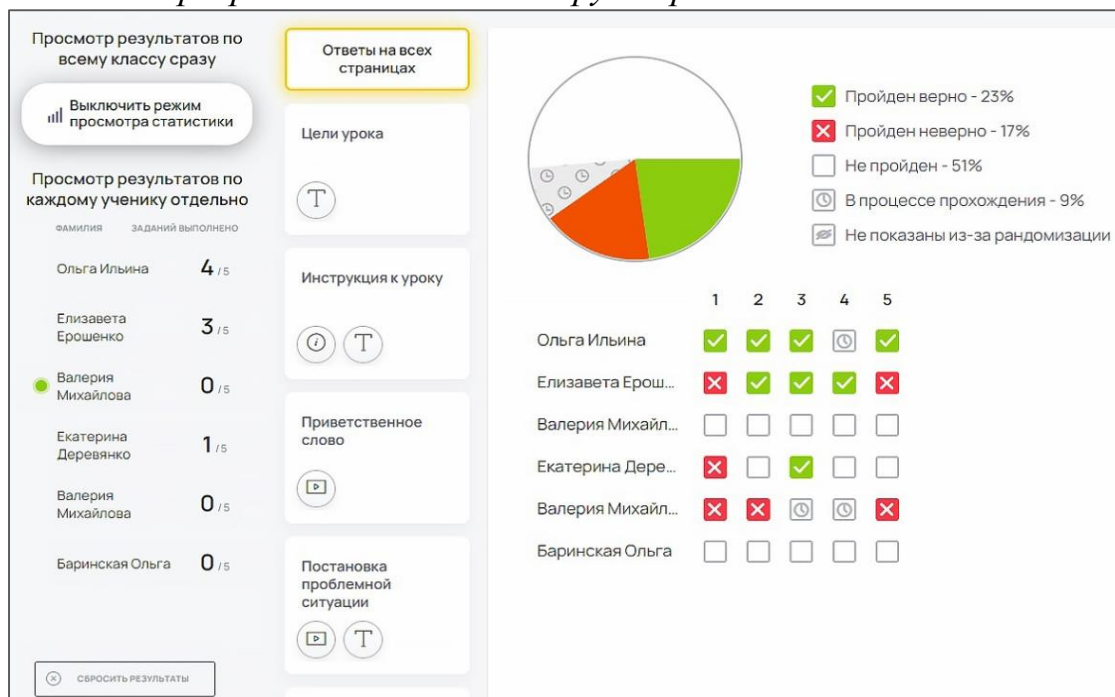


Рисунок 5 – Аналитика обратной связи по работе с уроком, разработанным на онлайн-платформе CORE

Мы провели сравнительный анализ рассматриваемых образовательных онлайн-конструкторов при наличии бесплатного профиля по представленным в таблице 1 критериям. Максимальное количество баллов набрали конструкторы *Online Test Pad* и *CORE*. Исходя из своего опыта, мы пришли к тому, что разрабатывать электронные уроки удобнее на онлайн-платформе *CORE*, но с организацией итогового контроля в *Online Test Pad*.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике*Таблица 1 – Сравнительный анализ образовательных конструкторов для создания электронных уроков*

№ п/п	Критерии	CORE	Online Test Pad	iSpring Suite
1.	Наличие бесплатного доступа	+	+	–
2.	Наличие готовых шаблонов	+	–	+
3.	Импорт/экспорт разработанных уроков	+	–	+
4.	Аналитика или отчётность	+	+	–
5.	Наличие обратной связи	+	+	+
6.	Выгрузка отчетов в Excel-формате	+	+	–
7.	История изменений и автосохранение уроков	+	–	–
8.	Возможность встраивания интерактивных упражнений	+	–	+
9.	Наличие библиотеки созданных материалов	+	+	–
10.	Возможность определения различного количества баллов за разные тестовые задания	–	+	+
11.	Наличие СДО	–	+	–
12.	Вставка математических формул в тестовые задания	–	+	+
13.	Наличие большого выбора типов тестовых заданий	–	+	+
14.	Автоматическая и ручная проверка домашнего задания	+	+	–
	Сумма набранных баллов	10	10	7

Таким образом, опыт разработки одного урока на трех разных онлайн-конструкторах, на наш взгляд, можно считать полезным и весьма интересным мероприятием. В итоге, сравнивая три описанные сервиса, выделим онлайн-платформу CORE как отличного помощника учителю для создания электронных уроков, который является полезным и интересным инструментом организации учебного процесса в условиях дистанционного обучения и, однозначно, заслуживает внимания.

Литература

1. Гамбеева Ю.Н. Развитие электронного обучения как новой модели образовательной среды / Ю.Н. Гамбеева, Е.И. Сорокина // Креативная экономика. – 2018. – № 3. – С. 285-304.
2. Гончарова И.В. Методика проектирования электронного урока по математике для учащихся основной школы / И.В. Гончарова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 3(59). – С. 62-69. – DOI: 10.24412/2079-9152-2023-59-62-69.
3. Горшенева И.А. Методические подходы к формированию структуры электронного урока / И.А. Горшенева, Е.В. Королева, Е.А. Сенченко // Вестник экономической безопасности. – 2017. – № 4. – С. 273-277.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Костюк Дарья

3 курс, Факультет математики и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: tkachuk.darya04@gmail.com

Руководитель: Прач Виктория Станиславовна

кандидат педагогических наук,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: v-prach@mail.ru

**УСТНЫЙ СЧЕТ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ УМСТВЕННЫХ
СПОСОБНОСТЕЙ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ**

В современном образовании происходит переход от традиционных методов обучения к более интерактивным и интегрированным подходам. Устный счёт при этом приобретает особую значимость, становясь не только инструментом для вычислений, но и средством развития умственных способностей у младших школьников.

Многие исследователи, такие как Зайцева О.П., Бурлыга А.Я., Волошина М.И., Бельтюкова Г. В., Зимовец К. А. и т. д., признают важность устных упражнений на уроках математики в начальной школе для привлечения внимания и интереса обучающихся к предмету. Устный счет не только делает обучение более эффективным, но и создает интерес к математике, что особенно важно в современном образовании. Упражнения на нахождение значений и сравнение математических выражений в устной форме активизируют мыслительные процессы и усиливают познавательный интерес обучающихся [1].

Устный счёт не должен ограничиваться механическим повторением, а должен способствовать развитию критического мышления, анализа и синтеза информации. Сейчас всё чаще изучаются различные формы работы на уроках математики, такие как игры, диктанты, решение логических задач на скорость и точность, и их влияние на развитие умственных способностей у детей. Особое внимание уделяется нестандартным задачам на устный счёт, которые тренируют аналитические навыки, способность к выделению ключевых элементов и быстрому нахождению решения. Такие задания не только обучают математике, но и развивают логическое мышление, память и внимание [2].

Используя изученную нами информацию, мы хотим предложить платформу Quizlet в учебном процессе, как эффективный инструмент развития навыков устного счета у младших школьников (рис. 1). Quizlet –

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

это платформа для создания и использования различных типов интерактивных обучающих карточек и тестовых заданий. Хотя обычно она ассоциируется с изучением иностранных языков, ее можно эффективно использовать и для развития устного счета на уроках математики в начальной школе.

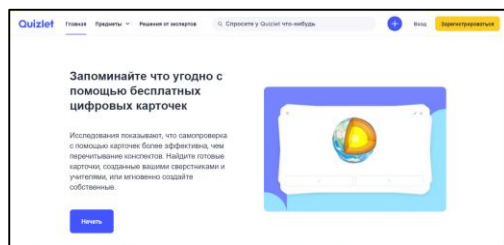


Рисунок 1 – Платформа Quizlet

Создание наборов карточек с математическими заданиями (рис. 2): карточки могут содержать примеры для решения устных арифметических операций, задачи на логику и математические загадки.

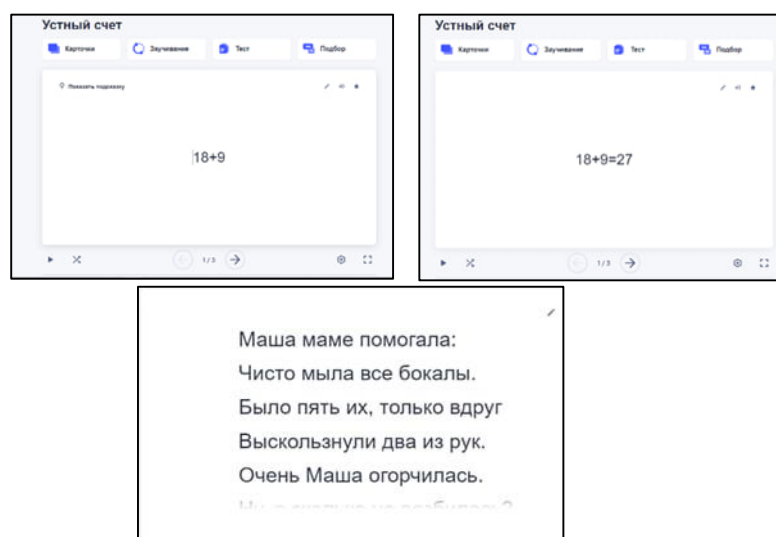


Рисунок 2 – Карточки с математическими заданиями

Тесты и викторины (рис. 3): с помощью Quizlet можно создавать тесты и викторины, включающие вопросы на устный счет.

Интерактивные игры (рис. 4): платформа предлагает различные игровые режимы, такие как «Сопоставление» и «Игра со словами», которые можно использовать для учебных целей.

Адаптивность и персонализация: Quizlet позволяет настраивать задания и тесты под индивидуальные потребности обучающихся. Это позволяет создавать задания разной сложности и приспособлять обучение к уровню каждого ученика.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Рисунок 3 – Тест для развития устного счета

Рисунок 4 – Игра «Сопоставление»

Еще одним важным преимуществом использования Quizlet в образовательном процессе является наличие мобильной версии приложения. Мобильная версия Quizlet позволяет обучающимся учиться даже в пути в школу, на переменах или дома, что делает процесс обучения более гибким и доступным.

В заключение следует подчеркнуть, что устный счёт в учебном процессе начальной школы является не только эффективным средством для развития математических навыков у детей, но и мощным инструментом для стимулирования их когнитивного, эмоционального и социального развития. В условиях дистанционного обучения на территории ДНР, использование современных образовательных платформ, таких как Quizlet, дополняет и расширяет возможности обучения, обогащая уроки математики и способствуя более эффективному усвоению материала. Таким образом, устный счёт представляет собой неотъемлемую часть образовательного процесса, способствующую развитию комплексного мышления у младших школьников.

Литература

1. Бабенко, Н.А. О применении устного счета на уроках математики / Н. А. Бабенко. – Молодой ученый. 2012. – № 1 (36). Т. 2. – С. 62-64.
2. Шураева, А.С. Устный счёт как средство развития умственных способностей у младших школьников / А. С. Шураева –Молодой ученый. 2020. – № 6 (296). С. 1-3.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Паламарчук Юлия

1 курс магистратуры, Факультет математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: ulika2002@mail.ru

Руководитель: Гребёнкина Александра Сергеевна

доктор педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
Донецк, Россия
e-mail: a.s.grebenkina@mail.ru

**ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ
РЕСУРСОВ В ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОМ ОБУЧЕНИИ
БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Важнейшей составляющей образовательного процесса является подготовка будущих учителей, которые будут передавать знания и навыки следующему поколению. Одним из наиболее сложных предметов для обучения является математика, требующая от студентов не только понимания теоретических основ, но и умения применять их на практике. В связи с быстрым развитием информационных технологий и доступностью интернета, электронные образовательные ресурсы стали неотъемлемой частью образовательного процесса.

Сегодня учитель математики должен не просто обладать совокупностью фундаментальных знаний, а еще и умением применять их в своей профессиональной области и смежными с ней областями. В то же время, он должен быть способен к самообразованию и саморазвитию, следить за новыми тенденциями в сфере педагогической деятельности, решать профессиональные задачи нестандартными способами, уметь осваивать современные информационные технологии и применять их на практике.

Цель данной статьи – показать возможные направления применения электронных образовательных ресурсов для формирования практико-ориентированных умений студентов – будущих учителей математики при обучении в высших учебных заведениях.

Сегодня усвоение теории становится второстепенной задачей в обучении. Формирование умений решать реальные практические задачи профессиональной деятельности, опираясь на приобретенные навыки и полученные теоретические знания, стало приоритетным направлением обучения. Значительная часть практических задач в самых разных сферах

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

жизни общества, в технике и технологии, может быть решена только с применением математических теорий и методов [4]. Поэтому всегда важно искать новые подходы к преподаванию математики в вузах и усиливать практическую подготовку студентов – будущих учителей математики. Одним из относительно новых подходов является практико-ориентированный подход к обучению математике с использованием электронных образовательных ресурсов, в том числе практико-ориентированных.

В практико-ориентированном обучении электронные образовательные ресурсы передают новые знания, мотивируют студентов к более глубокому изучению дисциплины [1]. При выборе электронных образовательных ресурсов для использования в процессе обучения математике будущих учителей математики важно проанализировать технические возможности конкретных электронных платформ и их применимость в математическом образовании, учебные задачи, для решения которых они предназначены. Необходимо определить наличие возможностей для формирования устойчивой и положительной мотивации студентов к использованию именно этих электронных ресурсов в своей будущей педагогической деятельности [5].

Для реализации практико-ориентированного подхода к обучению математике необходимо внедрение специальных электронных инструментов, которые позволят студентам в полной мере продемонстрировать возможности применения математического аппарата в их будущей профессиональной деятельности. При этом все электронные образовательные ресурсы должны соответствовать требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования, рабочей программе дисциплины, а также требованиям, предъявляемым к электронным образовательным ресурсам.

Структура практико-ориентированного электронного образовательного ресурса должна состоять из трех взаимодополняющих блоков:

1. Демонстрационный блок. Содержит алгоритмы, приёмы и принципы решения задач прикладного характера из различных областей человеческой деятельности, реализованные с помощью математического аппарата и наглядной визуализации процессов.

2. Практический блок. Включает применение знаний и умений в процессе реализации практико-ориентированной задачи, похожей по контексту на задачу из демонстрационного блока. Здесь же осуществляется ввод ответа и автоматизированная проверка, сопровождаемая комментариями.

3. Технический блок. Содержит различный инструментарий для решения задач [3].

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Объединение вышеперечисленных блоков в один ресурс обеспечивает студентам возможность познакомиться с формулировкой практико-ориентированной задачи, включиться в процесс решения подобных задач.

Важную роль в практико-ориентированном обучении математике играют методы визуализации, реализуемые с помощью широкого спектра различных средств электронных образовательных ресурсов. Использование визуализации подразумевает включение в учебный материал графиков, диаграмм, наглядных элементов дисциплины и объектов будущей практической деятельности. Визуализация способствует лучшему пониманию студентами математических методов и алгоритмов, помогает продемонстрировать важность математического аппарата при решении практических задач обучения математике. Например, на рисунке 1 визуализированы виды треугольников. Визуализация выполнена в конструкторе для создания интерактивных учебных модулей Learningapps.org. Такая визуализация может быть выполнена будущими учителями математики на уроках геометрии.

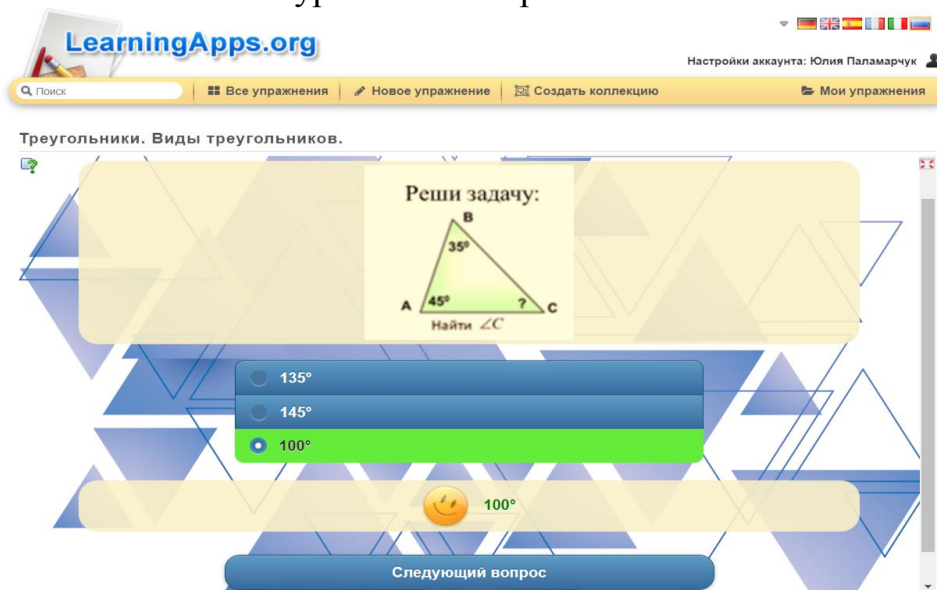


Рисунок 1 – Виды треугольников

Использование электронных образовательных ресурсов в практико-ориентированном обучении будущих учителей математики активизирует учебную деятельность студентов и демонстрирует им необходимость и удобство применения математического аппарата в области будущей практической профессиональной деятельности педагога [2].

В практико-ориентированном обучении электронные образовательные ресурсы должны обеспечивать не просто передачу новых знаний или повышение мотивации студентов к изучению дисциплины. В процессе обучения математике у будущих учителей математики должны быть сформированы такие умения:

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

- применять пакеты прикладных математических программ в решении практических задач в будущей профессиональной деятельности;
- выполнять обработку данных и поиск необходимой информации посредством различных компьютерных технологий;
- выполнять компьютерное математическое моделирование;
- решать прикладных задачи инструментальными средствами специализированных цифровых инструментов [5].

Использование электронных образовательных ресурсов является важным и эффективным инструментом формирования практико-ориентированных умений студентов – будущих учителей математики. Они позволяют получить более глубокое и полное понимание математических концепций, способствуют развитию умений работы с информацией, коммуникации, критического мышления и творческого подхода к решению задач. Однако, для успешного использования таких ресурсов необходимо учитывать специфику предмета, цели обучения и личностные особенности студентов. Применение электронных образовательных ресурсов открывает новые возможности для обучения математике и способствует повышению качества подготовки будущих учителей математики.

Литература

1. Архангельская, М. В. Цифровизация образования и преподавание математики в вузе / М. В. Архангельская, А. И. Архангельский, Н. А. Берков // Теория и практика проектного образования. – 2021. – № 1(17). – С. 8-9.
2. Бадак, Б. А. Об особенностях компьютерно-педагогического сопровождения в практико-ориентированной математической подготовке студентов технического университета / Б. А. Бадак, Н. В. Бровка // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 4(60). – С. 37-47. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-60-37-47.
3. Бычкова, Д.Д. Практико-ориентированные электронные образовательные ресурсы по математике / Д. Д. Бычкова // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции: в 11 частях, Тамбов, 30 апреля 2014 года. Том 1. 5. – Тамбов: ООО "Консалтинговая компания Юком", 2014. – С. 24-27.
4. Гребенкина, А. С. Формирование практико-ориентированных умений студентов в процессе математического моделирования / А. С. Гребенкина // Эвристическое обучение математике : Труды VI Международной научно-методической конференции, Донецк, 21–23 декабря 2023 года. – Донецк: Донецкий государственный университет, 2023. – С. 166-171.
5. Остапенко, С. И. Использование электронных образовательных ресурсов при изучении математики / С. И. Остапенко, Е. П. Бурлака // StudNet. – 2021. – Т. 4, № 5.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Рудакова Алина

5 курс, Факультет математики
и информационных технологий,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: alina.rudakova2001@mail.ru

Руководитель: Гребёнкина Александра Сергеевна

доктор педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
Донецк, Россия

e-mail: a.s.grebenkina@mail.ru

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ В РЕШЕНИИ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Внедрение цифровых технологий в учебный процесс позволяет создавать интерактивные задания, визуализировать математические понятия и процессы, а также проводить расчеты и анализ в реальном времени. Это помогает школьникам лучше понять математические концепции, визуально увидеть связи между ними и повысить мотивацию к изучению предмета. Цифровые инструменты могут также помочь в решении практико-ориентированных задач.

Во многих научных исследованиях подчеркивается важность использования цифровых технологий и инструментов в обучении математике. Например, подчеркивается, что широкая доступность цифровых образовательных ресурсов для преподавания и изучения математики неоспорима. Поэтому, в условиях цифровой эры математическому образованию приходится адаптироваться под воздействие новых технологий, что приводит к изменениям в методах изучения и преподавания математики в образовательных учреждениях [3].

В практико-ориентированном обучении математике структура электронных образовательных ресурсов включает в себя три взаимодополняющих друг друга блока: математический, практико-ориентированный и технический [1]. Важнейшими функциями электронных средств образовательного учебного назначения являются предоставление учебной информации, контроль результатов обучения, возможность многократного повторения учебного материала, опытов и экспериментов. В предоставлении информации значимое место занимает визуализация практического содержания, а также математической модели, соответствующей задаче. Визуальное представление отдельных фрагментов решения практико-ориентированной задачи способствует лучшему

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

пониманию математической составляющей задачи, и, как следствие, более эффективному обучению школьников приемам решения таких задач.

Специализированных интерактивных образовательных сред для обучения школьников практическим приложениям математики в свободном доступе нет. Тем не менее, имеется большое количество программных продуктов, предназначенных для использования в обучении математике: «GeoGebra», «Живая математика», «Стереоконструктор», «Уроки геометрии Кирилла и Мефодия» и пр.

В процессе изучения школьниками практических приложений математики часто возникает необходимость визуальной интерпретации проявления математических законов при исследовании свойств реальных объектов. Визуализацию удобно выполнить средствами различных онлайн калькуляторов, например, Google SketchUp, GeoGebra, PhET Interactive Simulations и др.

Рассмотрим ряд примеров, иллюстрирующих применение графического калькулятора GeoGebra для визуализации в процессе решения практико-ориентированных задач. Так, с помощью инструментальных средств GeoGebra создан анимированный чертеж (рис. 1) к следующей задаче.

Задача 1. Хозяйка решила повесить в прихожей зеркало. Какой минимальной высоты должно быть зеркало, чтобы человек среднего роста мог видеть себя в нём целиком?

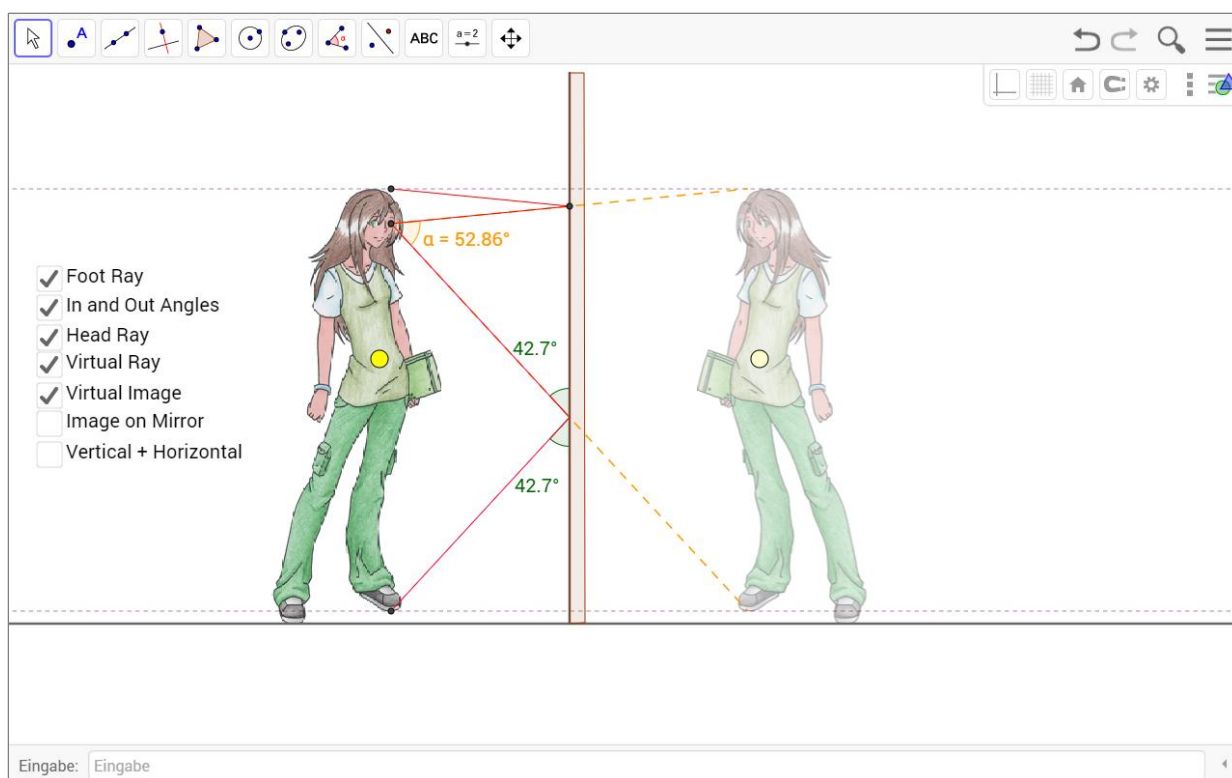


Рисунок 1 – Определение высоты зеркала в программе GeoGebra

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Расставляя последовательно галочки напротив обозначений соответствующих линий, получим ход зрительных лучей, отраженных от зеркала и ряд вспомогательных линий для определения высоты, на которую надо повесить это зеркало. Такая визуализация делает условие задачи решения более понятным для учащихся, а процесс ее решения – занимательным.

В этом же графическом калькуляторе может быть выполнена визуализация к задаче 2.

Задача 2. *В магазине продаются чайники четырех моделей. Выберите тот чайник, в котором вода будет остывать дольше всего (рис. 2).*

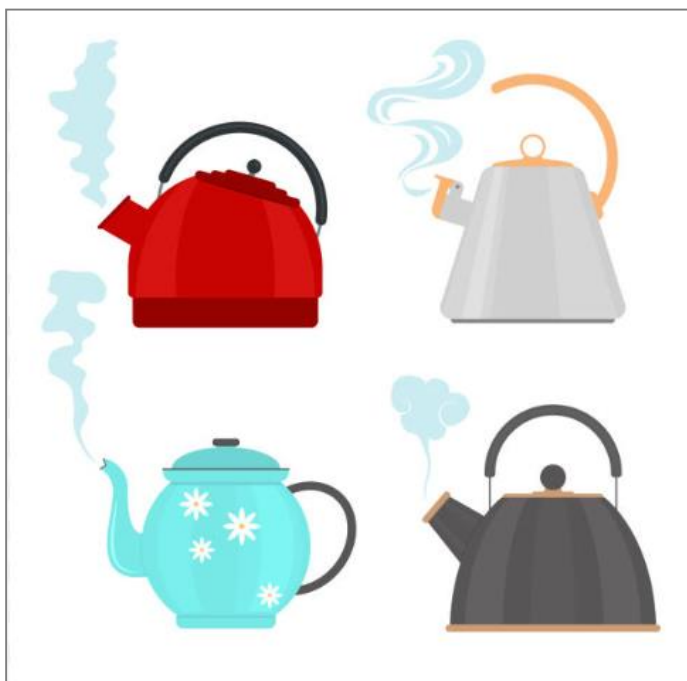


Рисунок 2 – Исходные данные к задаче 2

При такой формулировке задачи учащиеся исследуют вопросы об объеме чайников и материале, из которого они изготовлены. Если эти параметры совпадают, то решение задачи сводится к сравнению площадей их поверхностей. При обучении приемам решения практико-ориентированных задач можно выполнить визуализацию поверхностей чайников в программе GeoGebra, тем самым перейдя от практико-ориентированного содержания задачи к абстрактной математической модели. Так, на рис. 3 представлена форма двух чайников из четырех имеющихся в магазине.

Еще одним удобным ресурсом для визуализации фрагментов решения некоторых практико-ориентированных задач служит сайт «Математические этюды», автором которого является Н. Н. Андреев [2]. В ряде разделов сайта наглядно демонстрируются практические приложения математики, которые представлены как визуальные решения задач (раздел «Миниатюры»), как

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

наглядные модели, демонстрирующие тот или иной математический факт (раздел «Модели»), как научно-популярные рассказы о современных задачах математики, в том числе и прикладной (раздел «Этюды»).

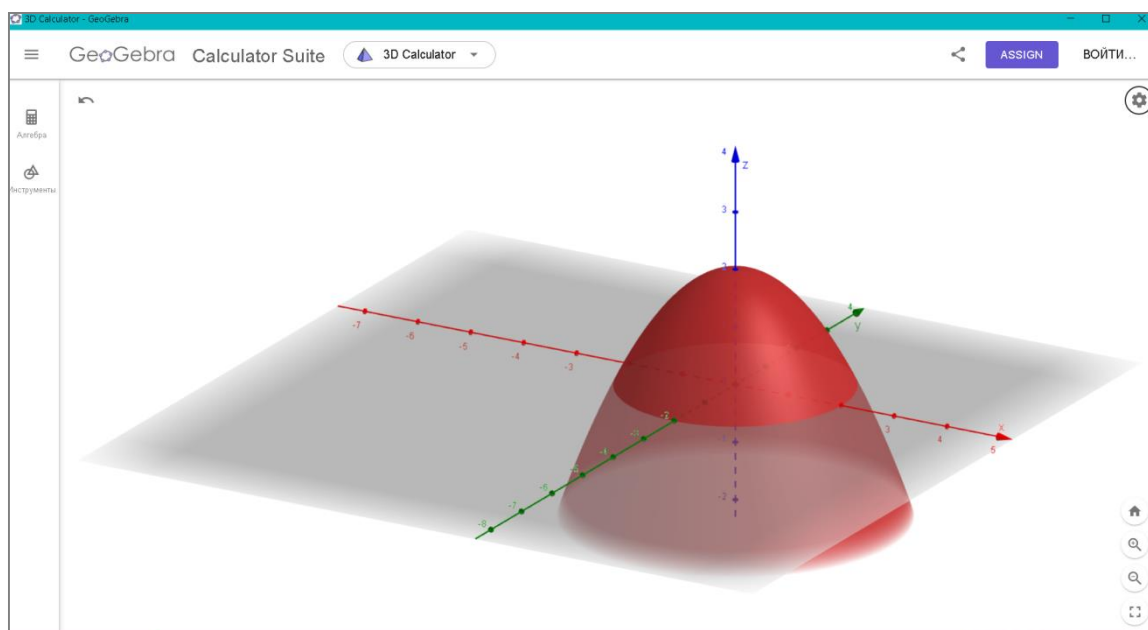


Рисунок 3 – Форма поверхности чайников, имеющих в продаже

Несмотря на имеющиеся разработки, электронных средств учебного назначения которые наглядно и интересно для школьников представляли практические приложения математики недостаточно.

По нашему мнению, наиболее удобными для визуализации в процессе обучения школьников приемам решения практико-ориентированных задач являются «GeoGebra» и «Живая математика». Обе программы обладают удобным интерфейсом, широким набором инструментов и возможностью создания интерактивных моделей, что делает процесс обучения более интересным и эффективным. Мы рекомендуем использовать их для обучения школьников практическим приложениям математики. Фрагменты этих программ могут быть использованы в разработке электронных уроков по математике.

Литература

1. Бычкова Д.Д. Практико-ориентированные электронные образовательные ресурсы как средство повышения качества математического образования / Д.Д. Бычкова // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – № 02 (56). – Часть 1. – С. 112–113.
2. Математические этюды : сайт [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <http://www.etudes.ru>.
3. Belland B.R. Problem-Based Learning: A Meta-Analysis / B.R. Belland, S.A. Thomas // The Journal of Problem-Based Learning. – 2017. – 6(1). – Pp. 4–21.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Ружин Владислав,

1 курс, Факультет фундаментального инженерного
образования и инноваций,

ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

e-mail: Vladruz2005@gmail.com

Руководитель: Сухинина Ольга Анатольевна

старший преподаватель кафедры «Высшая математика»,
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

e-mail: soa-72@yandex.ru

**СОВРЕМЕННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК
НОВЫЙ СПОСОБ ПОДАЧИ МАТЕМАТИКИ**

Современное информационное общество требует радикальных изменений в образовании, поскольку информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) играют все более важную роль. Стратегические документы правительства и министерства образования подчеркивают приоритет информационно-коммуникативной компетентности в общем образовании. Это связано не только с внутренними причинами в сфере образования, но и с изменениями в характере жизни, где возрастает роль информационной деятельности и активной самостоятельной обработки информации человеком с использованием ИКТ в непредвиденных ситуациях [1].

Математика является фундаментальной дисциплиной для подготовки инженеров всех специальностей. Для достижения наилучших результатов в обучении необходимо постоянное использование ИКТ в учебном процессе. Преподаватели должны быть компьютерно грамотными и уметь гибко применять учебно-методический комплекс (УМК) в различных видах учебной деятельности, побуждая студентов к активному участию. Использование информационных технологий в обучении стимулирует обучение, активизируя психические процессы (восприятие, внимание, память, мышление) и ускоряя развитие познавательного интереса.

Компьютерные технологии обучения – совокупность методов, приемов, способов и средств, использующих компьютерную технику, телекоммуникационные средства и интерактивное программное обеспечение для моделирования функций преподавателя по представлению, передаче и сбору информации, а также для организации контроля и управления познавательной деятельностью студентов [2].

Компьютерные технологии в обучении: трансформируют педагогический процесс (внедряя личностно-ориентированное обучение), интенсифицируют занятия и улучшают самоподготовку учащихся,

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

изменяют взаимодействие преподавателя и учащихся, делая обучение совместной деятельностью, повышают мотивацию и требуют новых моделей занятий и контроля, что усиливает индивидуальность и интенсивность обучения.

Компьютерные технологии, применяемые в обучении - развивают творчество как преподавателей, так и учащихся, позволяя создавать интерактивные материалы и использовать цифровые инструменты для выполнения творческих заданий и проектов. Они способствуют развитию критического мышления, воображения и способности к нестандартному решению проблем [3].

В процессе преподавания математики информационные технологии могут использоваться в различных формах:

- 1) мультимедийные сценарии учебных занятий (презентации);
- 2) обучающие и демонстрационные программы;
- 3) работа с интерактивной доской;
- 4) проектная деятельность;
- 5) исследовательская деятельность;
- 6) внеучебная деятельность.

ИКТ делает обучение увлекательным, запоминающимся и эффективным. Дидактические возможности ИКТ безграничны, позволяя педагогам адаптировать обучение к индивидуальным потребностям учащихся и достигать образовательных целей.

Основные задачи ИКТ в обучении: разработка интерактивных сред управления процессом познавательной деятельности, доступа к современным информационно-образовательным ресурсам.

Информационные технологии, наиболее часто применяемые в учебном процессе, можно разделить на две группы:

- 1) Сетевые технологии – расширяют возможности обучения, предоставляя доступ к электронным материалам и серверам дистанционного обучения. Они позволяют педагогам и учащимся взаимодействовать в реальном времени независимо от местоположения.
- 2) Локальные технологии – предоставляют обучающие программы, моделирование, демонстрации, электронные задачки и системы контроля. Они позволяют учащимся взаимодействовать с материалом на ПК, получать обратную связь и развивать навыки в безопасной среде [4].

Исторически математическое образование фокусировалось на развитии навыков выполнения вычислений и логического мышления, необходимых для работы с алгоритмами. Школьный курс математики предоставляет богатую базу для изучения и применения алгоритмов, создавая основу для интеграции математики и информатики [5].

Математическое образование должно отражать современные тенденции информатизации и внедрения компьютерных технологий в

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

математику. Обучающиеся должны быть подготовлены к использованию информационной среды, правильному восприятию и применению ее возможностей в своей жизни и профессиональной деятельности [6].

Выбор формы и времени использования компьютеров на занятии определяется содержанием занятия и целями, поставленными преподавателем. Рассмотрим функции и особенности использования образовательных программ в учебном процессе. Основными функциями образовательных программ являются:

- 1) инструментальная (изготовление наглядных пособий);
- 2) демонстрирующая (показ слайдов, презентаций и т.д.);
- 3) обучающая;
- 4) контролирующая.

Информационные технологии позволяют реализовать различные типы занятий, в том числе: занятия-беседы с демонстрацией наглядных материалов на компьютере, исследовательские занятия, практические занятия, зачеты, интегрированные занятия и другие [5; 9].

Опыт преподавания доказывает высокую результативность применения компьютера на занятиях по математике в следующих аспектах:

1. Проведение устного вычисления (оперативная генерация задач и корректировка результативности).
2. Ознакомление с новыми знаниями (демонстрация широкого спектра визуальных пособий; обоснование введения новых концепций; моделирование).
3. Проверка фронтальных самостоятельных работ (скоростной мониторинг итогов).
4. Решение образовательных задач (создание иллюстраций, выработка плана действий; совершенствование конкретных способностей).
5. Содействие научно-исследовательской деятельности студентов.
6. Интеграция дисциплин естественно-математического цикла.

Выгодные особенности работы с компьютерной поддержкой на занятии:

1. Учащийся становится субъектом обучения, ибо программа требует от него активного управления.
2. Легко достигается уровневая дифференциация обучения.
3. Достигается оптимальный темп работы учащегося, так как каждый учащийся выполняет индивидуальное задание, работая в своем темпе.
4. Сокращается время при выработке технических навыков учащихся.
5. Увеличивается количество тренировочных заданий.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

6. Отслеживаются ошибки, допущенные учащимся, и повторно отработывается недостаточно усвоенный материал.

7. Работа учащегося оценивается сразу.

8. Преподаватель меньше тратит времени на проверку работ.

9. Обучение можно обеспечить материалами из удалённых баз данных, пользуясь средствами телекоммуникаций [8].

В процессе усвоения знаний зрительное восприятие служит лишь отправной точкой. Прочные знания, навыки и умения учащихся формируются исключительно через активные действия и усилия. Внедрение мультимедиа в занятия по математике не будет эффективным без вовлечения учащихся в познавательную деятельность.

Таким образом, необходимо продуманно использовать демонстрационные материалы, мотивировать познание и поддерживать интерес. Для оптимизации использования мультимедийного проектора в педагогике требуется соблюдение ряда требований:

1. Соответствие учебной программе и целям подготовки.

2. Достоверность и актуальность информации.

3. Доступность подачи материала, учитывающая уровень подготовки учащихся и опыт педагога.

4. Владение преподавателем навыками использования мультимедиа. [7]

Интеграция мультимедийного проектора в занятия выводит обучение на новый уровень. Нельзя игнорировать психологический аспект: современным учащимся гораздо интереснее воспринимать информацию в такой динамичной форме, чем с помощью традиционных схем и таблиц.

Мультимедийный проектор оживляет статичное изображение, повышая интерес и эффективность обучения. Интерактивные элементы программ позволяют активно участвовать в процессе: моделировать, исследовать материал нелинейно, повторять эксперименты с разными параметрами.

Интеграция современных педагогических технологий, включая компьютеры и мультимедиа, стала необходимостью. Для нынешнего поколения молодежи компьютер так же естественен, как телефон. Он не вызывает страха и является эффективным инструментом для обучения и развития их познавательного интереса.

Мультимедийные технологии делают учебный материал более наглядным, понятным и запоминающимся. Это обусловлено тем, что мультимедиа позволяет представлять информацию в различных форматах, таких как текст, изображения, звук и видео, что улучшает восприятие и усвоение материала учащимися.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Литература

1. Новиков С.П. Применение новых информационных технологий в образовательном процессе / С.П. Новиков // Педагогика. – 2003. – №9. – С. 25-28.
2. Черткова, Е. А. Компьютерные технологии обучения : учебник для вузов / Е. А. Черткова. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Изд-во Юрайт, 2024. – 245 с.
3. Коджаспирова, Г. М. Технические средства обучения и методика их использования/ Коджаспирова Г. М., Петров К. В. – Учеб. пособие для учеников высш. пед. учеб. заведений. – Москва : Изд-кий центр «Академия», 2001. – 256 с.
4. Трофимов, В. В. Глобальные и локальные сети : учебник для вузов / В. В. Трофимов, М. И. Барабанова, В. И. Кияев. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Изд-во Юрайт, 2024. – 162 с.
5. Манвелов С. Г. Конструирование современного урока математики / С. Г. Манвелов. – Москва : Изд-во Просвещение, 2002. – 208 с.
6. Моисеева М. В. Современное состояние и перспективы развития мультимедиа в образовании / М. В. Моисеева // Школьные технологии. – 1998. – № 4. – С. 210-215.
7. Жук Ю. А. Информационные технологии. Мультимедиа. Учебное пособие для вузов / Ю. А. Жук Информационные технологии. Мультимедиа. Учебное пособие для вузов. – Москва : Изд-во Просвещение, 2004. – 172 с.
8. Красношлыкова О.Г. / Проблемы развития профессионализма педагогов и их решение в рамках муниципальной методической службы / О. Г. Красношлыкова // Информатика и образование. – 2007. – №1. – С 100-103.
9. Усенков, Д.Ю. Школьная доска обретает «разум» / Д.Ю Усенков// Информатика и образование. – 2005. – № 12. – С. 96.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Станиславчик Дарья

3 курс, Факультет математики
и информационных технологий,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: stanislavcikdasa@gmail.com

Руководитель: Прач Виктория Станиславовна

кандидат педагогических наук,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики

ГОУ ВПО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: v-prach@mail.ru

**ДОСТИЖЕНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В
ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ ПО ТЕМЕ «СЛОЖЕНИЕ
МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ»**

В современном образовании особое внимание уделяется достижению метапредметных результатов, которые являются навыками и умениями, применяемыми в различных областях знаний. Одной из ключевых тем в обучении математике является сложение многозначных чисел, которая требует от обучающихся не только знания арифметических действий, но и развитие аналитического мышления, логики и умения работать с большими числами. Важность изучения и усвоения обучающимися основ сложения многозначных чисел в начальных классах является не менее важным этапом в учебном процессе.

Одной из основных проблем при обучении сложению многозначных чисел является недостаточное понимание числовой структуры обучающимися, а также отсутствие практических навыков, основанных на усвоенных знаниях. Также обучающиеся имеют затруднения с корректным выравниванием цифр во время выполнения сложения, а также в переносе единиц при превышении десятка.

Требования по достижению метапредметных результатов по теме: «Сложение многозначных чисел», предполагает собой формулировку информационного запроса, нахождение и анализ рациональных путей решения проблемы.

Также представляет собой умение перерабатывать полученную информацию, находить ответы на вопросы, умение донести информацию до других, а также формировать умение оценивать свою деятельность и видеть математическую задачу в контексте любой проблемной ситуации в других дисциплинах. Обучающийся должен понимать, что сложение многозначных чисел заключается в суммировании соответствующих цифр, разрядов.

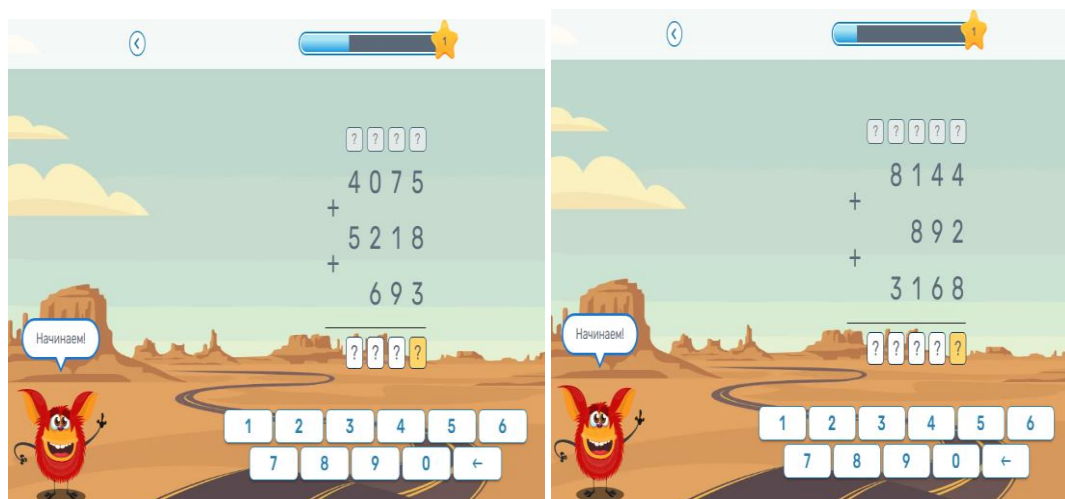
Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Для повышения метапредметных результатов в обучении в этой области, является использование в обучении математике конкретных примеров, позволяющих школьникам лучше понять процесс сложения многозначных чисел. Прежде всего, обучающиеся повторяют устные приемы сложения и вычитания и свойства действий, на которые они опираются, например: $9400 + 700$, $9800 - 700$ и т.п. Для наилучшего усвоения процесса сложения многозначных чисел, повторяют так же письменные приемы сложения и вычитания трехзначных чисел. Полезно в устные упражнения включать задания на сложение и вычитание разрядных чисел с пояснениями вида: 6 сот. + 8 сот. = 1 тыс. 4 сот. Таким образом, подготовительная работа создает возможность обучающимся самостоятельно объяснить письменные приемы сложения [1, с. 136].

Хорошее усвоение материала по математике помогает обучающимся повысить уверенность в своих навыках в этой области. Это является важным шагом на пути к развитию математической грамотности у детей, что в дальнейшем будет способствовать успешному изучению более сложных математических тем.

Чтобы успешно выполнять письменное сложение многозначных чисел, обучающимся необходимо знать правила написания и чтения многозначных чисел. Использовать знания разрядного состава многозначных чисел, которые можно представить в виде двузначных и трехзначных именованных чисел. Перечисленные знания, умения и навыки необходимы для успешного выполнения сложения многозначных чисел.

Для достижения наилучших результатов в обучении математике по теме: «Сложение многозначных чисел», предлагается использовать различные упражнения, такие как игры и задачи разной сложности, визуальные и интерактивные пособия (рис. 1, а, б).



а)

б)

Рисунок 1 – Фрагмент электронной интерактивной игры: сложение в столбик нескольких многозначных чисел

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Важно также проводить регулярную практику и повторение материала, чтобы закрепить знания и умения обучающихся. Помимо этого, рекомендуется поощрять детей за успешные решения задач и стимулировать их интерес к математике.

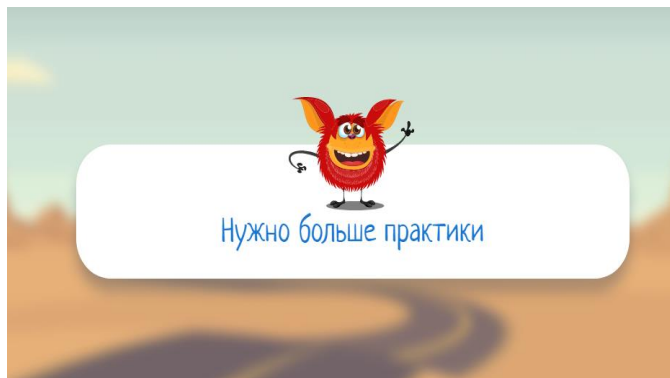


Рисунок 2 – Фрагмент электронной интерактивной игры: сложение в столбик нескольких многозначных чисел

Важно учитывать индивидуальные потребности и способности каждого ученика и подбирать надежный подход к обучению. Также стоит отметить разработку и использование интерактивных образовательных материалов и программного обеспечения, специально разработанных для обучения сложению многозначных чисел (рис. 3).



Рисунок 3 – Фрагмент электронной интерактивной игры: сложение многозначных чисел

Это позволяет обращать больше внимания на процесс и предоставлять обучающимся возможность практиковаться в сложении чисел различной сложности.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Приведем примеры упражнений по теме: «Сложение многозначных чисел».

Пример 1. Упражнения на сложение с переходом к следующему разряду.

$$6 \text{ . } 6 + 1 \text{ 4 } 3 \quad \dots 6 + \dots 3 \quad 1 \text{ 4 } 3 + 2 \dots \quad . 5 \text{ . } + . 1 \text{ . }$$

Предложить найти все возможные числа, которые следует подставить на место точек, чтобы при их сложении произошел переход на следующий разряд.

$$\begin{array}{r} . 6 \text{ . } + 2 \text{ 1 } 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} . 6 \text{ . } + 2 \text{ 1 } 3 \\ \hline \end{array}$$

Пример 2. Упражнения на сложение чисел с одинаковым количеством разрядов.

$$2 \text{ 5 } 6 + 3 \text{ 4 } 7 \quad 2 \text{ 9 } 4 + 7 \text{ 8 } 3$$

Пример 3. Упражнения на сложение чисел с разным количеством разрядов.

$$6 \text{ 7 } + 9 \quad 5 \text{ 4 } 8 + 2 \text{ 3 }$$

В результате выполнения упражнений на сложение многозначных чисел с переходом через разряд дети приходят к выводу, что необходимо иметь отличное знание таблицы сложения однозначных чисел и понимать алгоритм сложения.

Таким образом, обучающиеся с увлечением наблюдают, как из простых действий сложения однозначных чисел они могут перейти к сложению многозначных чисел. Также важно предоставлять обучающимся возможность экспериментировать и самостоятельно искать пути решения задач, что способствует развитию их логического мышления и уверенности в своих знаниях и способностях.

Для успешного достижения метапредметных результатов в обучении математике по теме: «Сложение многозначных чисел» необходимо активно применять игровые и практические методики обучения, проводить индивидуальную и дифференцированную работу с обучающимися, а также акцентировать внимание на развитии логического мышления и умений анализировать представленную информацию.

Мы разработали несколько упражнений на тему: «Сложение многозначных чисел», которые помогут лучше усвоить алгоритм сложения многозначных чисел, развить навыки счета и логического мышления, а также сделать процесс обучения более интересным и увлекательным:

Пример 1. Игра «Соревнование цифр». Необходимо разделить обучающихся на команды и предоставить каждой команде лист бумаги с заданиями на сложение многозначных чисел. Где каждый участник по очереди берет задание, решает его и показывает правильный ответ. Команда, которая первой решит все задания, становится победителем.

Пример 2. Упражнение «Игра в магазин». Необходимо создать ситуацию выбора товара в магазине, где обучающиеся будут складывать

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

стоимость товаров, представленных многозначными числами. Они должны будут использовать навыки сложения для определения общей суммы покупки.

Пример 3. Игра «Живой калькулятор». Необходимо разделить обучающихся на пары, где один человек будет играть роль «калькулятора», а другой выполнять функции – «оператора». «Оператор» дает задание на сложение многозначных чисел, а «калькулятор» решает его, произнося каждую операцию вслух, как настоящий калькулятор.

В результате выполнения предоставленных выше игровых упражнений обучающиеся осознают практическую пользу математики, применяют знания на практике и смогут увидеть результат своего труда. Кроме того, игровые методики обучения могут стимулировать соревновательный дух и командный дух среди учеников, что также способствует эффективному усвоению материала.

Правильный подход к обучению позволяет не только улучшить уровень знаний и навыков обучающихся, но и развить комплекс умений, который будет полезен в дальнейшем образовании.

Достижение метапредметных результатов по теме: «Сложение многозначных чисел» является актуальной и важной задачей для современного образования. В процессе достижения метапредметных результатов в обучении математике по теме: «Сложение многозначных чисел», способствует укреплению математического мышления и образованию устойчивых навыков работы с многозначными числами. Обучающиеся, владеющие навыками сложения многозначных чисел, имеют более высокий уровень стратегического мышления и способность находить и выбирать рациональные пути решения проблемы.

В результате повышается интерес к изучению математики и, как следствие, уровень достижения метапредметных результатов.

Литература

1. Белошистая, А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по спец. / А.В. Белошистая. – Москва : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2007. – 136 с.
2. Истомина, Н.Б. Методика обучения математике в начальной школе: Развивающее обучение. – Смоленск : Ассоциация XXI век, 2005. – 190 с.
3. Перова, М.Н. Методика преподавания математики в специальной (коррекционной) школе VIII вида. – Москва : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2001. – 220 с.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Шурхаева Юлия Ивановна

11 класс, МБОУ «Школа № 113 города Донецка», г. Донецк, Россия

e-mail: shurkhaeva11@bk.ru

Руководитель: Манжос Наталья Васильевна

специалист I категории, учитель математики и информатики

МБОУ «Школа № 113 города Донецка», г. Донецк, Россия

e-mail: karolinuhka@mail.ru

**ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

Внедрение Федерального государственного образовательного стандарта в практику работы общеобразовательных учреждений определило необходимость разработки каждым образовательным учреждением собственной основной образовательной программы, а каждым педагогом - поиска методов и средств обучения, которые позволят более качественно формировать личность учащихся.

Информационные технологии расширяют сферу предоставления образовательного контента. Используя наглядные пособия, интерактивные инструменты, моделирование и виртуальную реальность, учащиеся могут лучше понять и запомнить материал. Использование информационных технологий в преподавании математики может значительно повысить эффективность и качество обучения.

Цель работы: рассмотреть особенности использования информационных технологий в образовательном процессе на уроках математики.

Информационные технологии – это совокупность методов, процессов и программно-технических средств, интегрированных с целью сбора, обработки, хранения, распространения, отображения и использования информации в интересах ее пользователей [3].

Многие известные ученые внесли вклад в применение информационных технологий в математике. Однако можно выделить нескольких пионеров в этой области:

1. Джон фон Нейман (1903-1957) – выдающийся математик и физик, один из основоположников современной компьютерной науки. Он предвидел широкое использование компьютеров в математических исследованиях и разработке новых методов решения математических задач.

2. Алан Тьюринг (1912-1954) – британский математик, логик и криптограф, считается одним из основоположников теоретической информатики. Его работы по алгоритмам и теории вычислений заложили основы применения информационных технологий в математических науках.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

3. Джон Тьюки (1915-2000) – американский математик, статистик и информатик. Он подчеркивал важность компьютерных экспериментов в математике, сравнивая их с лабораторными экспериментами в физике.

Эти ученые заложили основы использования компьютеров и информационных технологий в математических исследованиях, предвидя их революционное влияние на развитие математики как науки.

Информатизация образования помогает инициировать следующие процессы:

- совершенствовать стратегию отбора и методологию содержания и организационных форм воспитания и обучения, которые соответствуют задачам развития личности учащихся в условиях информатизации общества;
- разрабатывать и применять методы диагностики и компьютерного тестирования для оценки и контроля знаний учащихся;
- совершенствовать механизмы управления системой образования на основе использования автоматизированных информационных баз и методических материалов, научно-образовательных информационных данных и сетей связи;
- методические, ориентированные на самостоятельное приобретение знаний, развитие интеллектуального потенциала учащихся, развитие навыков реализации информации, преподавания, экспериментирования, исследовательской деятельности и различных видов совместной деятельности по обработке информации.

К сожалению, использование средств информатизации оправдано не во всех областях образовательной деятельности. Существуют и негативные аспекты информатизации образования. Например, проблема темпа усвоения учащимися материала с помощью компьютера, то есть проблема возможной индивидуализации обучения [4].

Существует множество видов информационных технологий, которые применяются в обучении математике. Основные из них:

1. Мультимедийные технологии.
2. Обучающие программы и электронные учебники.
3. Технологии дистанционного обучения.
4. Технологии совместной работы.
5. Технологии сбора и анализа данных.

Использование этих технологий в классе делает обучение более интерактивным, наглядным и адаптированным к индивидуальным потребностям учащихся.

Информационные технологии могут использоваться:

1. Для обозначения темы урока.

Тема урока представлена на слайде с кратким изложением ключевых моментов изучаемого предмета.

2. Как сопровождение объяснения учителя.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Мультимедийные презентации могут быть использованы в практике преподавания школьникам, например: мультимедийные конспекты, подготовленные специально для конкретного урока, содержащие простой текст, основные формулы, схемы, фотографии и демонстрацию ряда действий по выполнению практических заданий.

3. Как информационно-обучающее пособие.

В классе особое внимание уделяется деятельности, в ходе которой дети сами ищут, осознают и обрабатывают новые знания. Учитель выступает в роли организатора учебного процесса, руководителя самостоятельной деятельности учеников и оказывает им необходимую помощь и поддержку.

4. Для контроля знаний

Использование компьютерного тестирования повышает эффективность учебного процесса, активизирует познавательную деятельность школьников [2].

Рассмотрим несколько примеров использования информационных технологий в современной математике:

1. Компьютерные вычисления (рис. 1):

- решение сложных математических уравнений и систем;
- выполнение численных расчетов и симуляций.

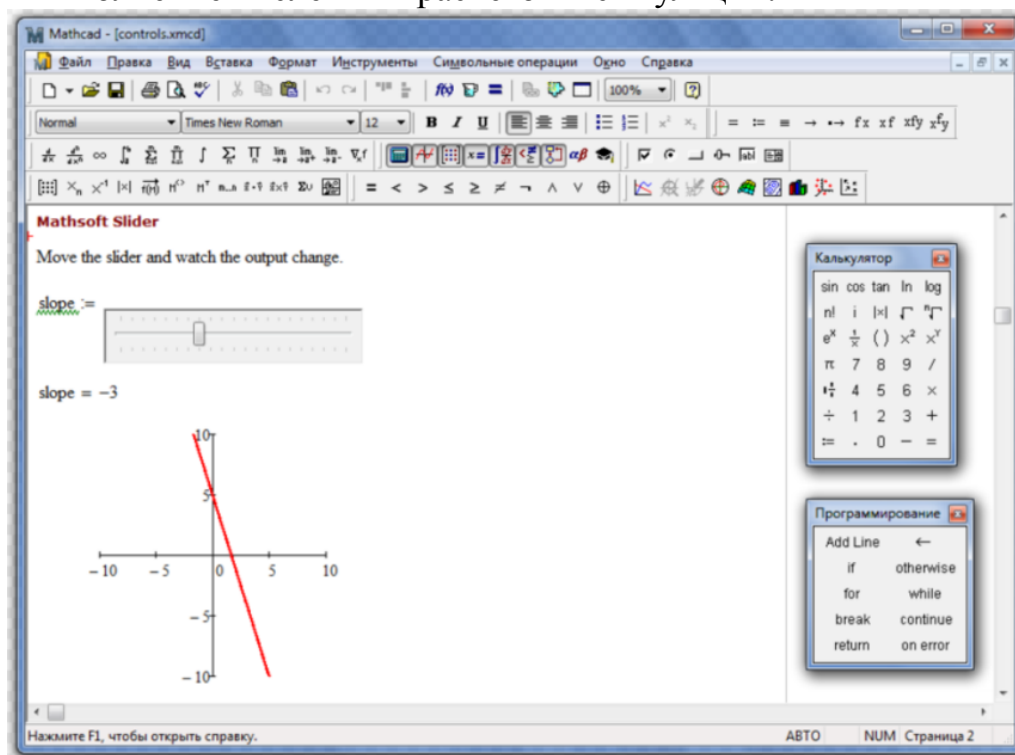


Рисунок 1 – Компьютерные вычисления

2. Визуализация математических объектов:

- построение графиков, диаграмм, 2D и 3D моделей (рис. 2);
- визуализация геометрических фигур и топологических структур.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

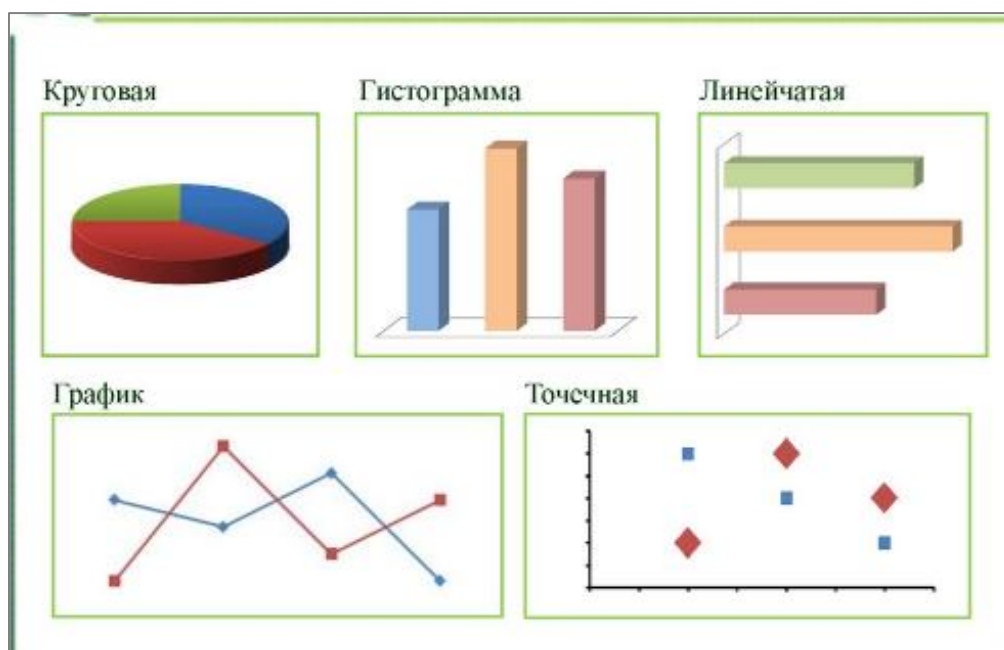


Рисунок 2 – Построение диаграмм

3. Символьные вычисления:

- упрощение и преобразование математических выражений (рис. 3);
- вычисление пределов, производных и интегралов.

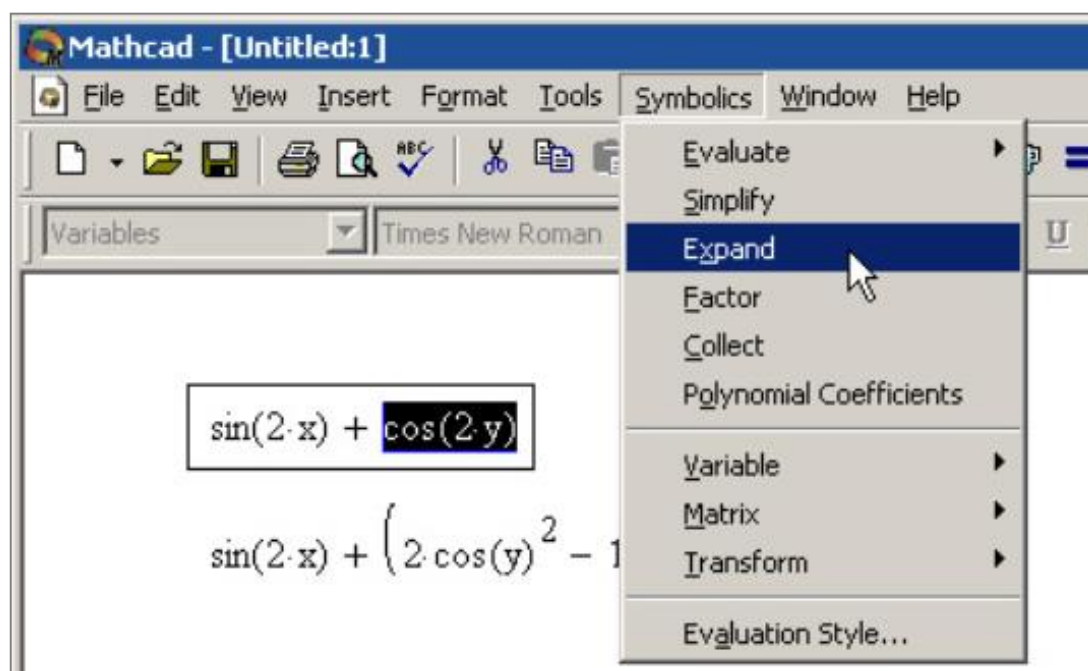


Рисунок 3 – Упрощение математических выражений

4. Математическое моделирование (рис. 4):

- создание компьютерных моделей сложных систем и процессов;
- оптимизация параметров моделей.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

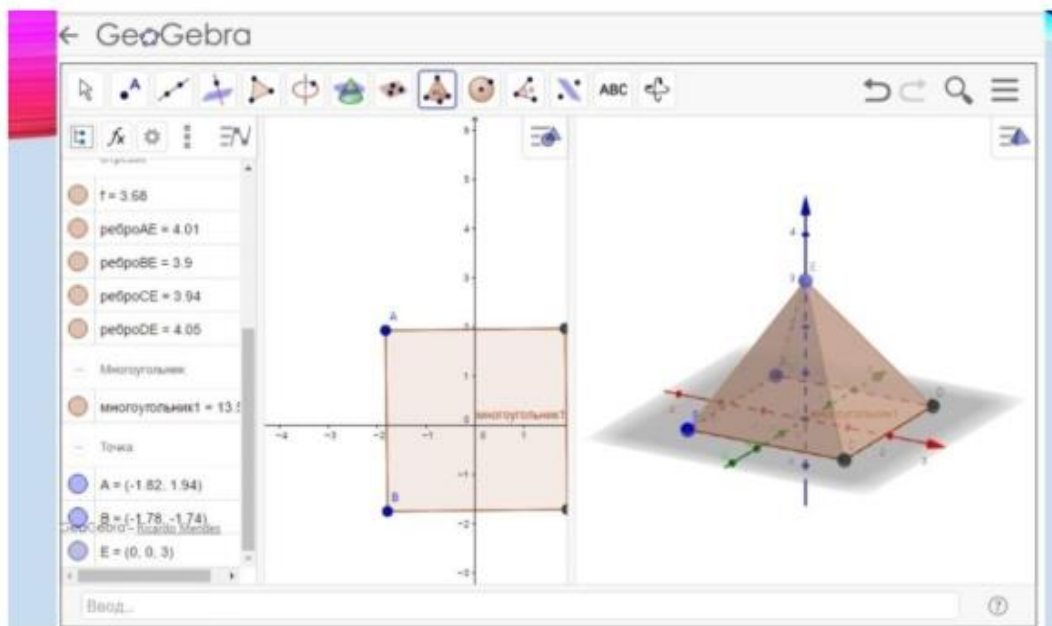


Рисунок 4 – Математическое моделирование

5. Математические пакеты и среды (рис. 5):

- использование специализированного программного обеспечения;
- интеграция математических вычислений с визуализацией и программированием.

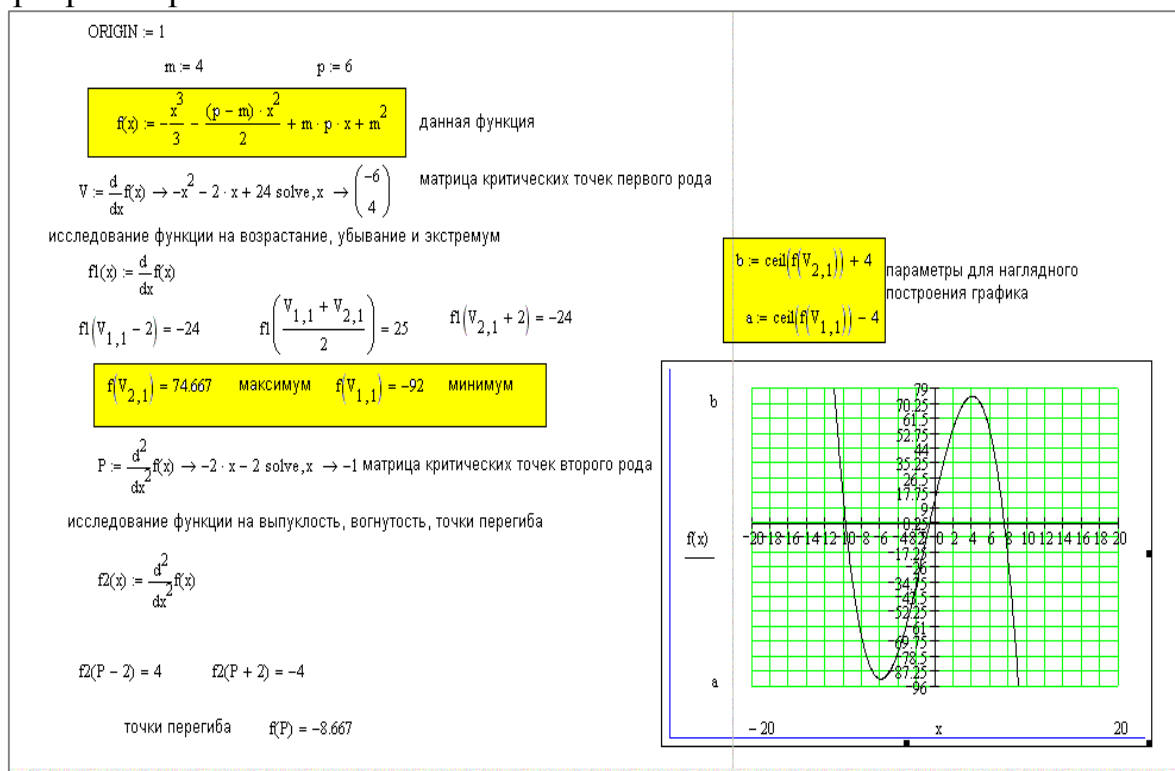


Рисунок 5 – Математические пакеты и среды

6. Распределенные вычисления:

- применение облачных технологий для решения сложных задач;
- коллективная работа над общими проектами.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Эти и многие другие ИТ-решения стали неотъемлемой частью современной математической практики, открывая новые возможности для исследований, обучения и практического применения математики.

Современная образовательная практика включает в себя инновационные методы обучения, которые возрождают успешные педагогические методы прошлого века, делая упор на самосовершенствование и личное участие. Использование информационных технологий в обучении школьников математике является неотъемлемой частью сферы образования. Данный факт предоставляет возможность оптимизировать процесс обучения, увеличить насыщенность образовательного процесса.

В целом, использование информационных технологий на уроках математики является важным условием реализации требований ФГОС, повышения качества математического образования и подготовки учащихся к жизни в современном цифровом мире.

Литература

1. Артюшина Е. А. Информационные технологии / Е.А. Артюшина. – Владимир : Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, 2020. – 167 с.
2. Молоков, Ю.Г. Информатизация образования: от инновационности к стандарту / Ю.Г. Молоков // Сибирский учитель . – 2016. . – №3. – С. 5-8. – URL: <https://rucont.ru/efd/501492> (дата обращения: 24.04.2024)
3. Хеннер Е. К. Информационные технологии в образовании / Е.К. Хеннер. – Пермь : Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2022. – 111 с.
4. Пегов А. А. Использование современных информационных и коммуникационных технологий в учебном процессе (краткий курс лекций) [Электронный ресурс] / А. А. Пегов, Е. Г. Пьяных. – 2010. – Режим доступа: URL: <https://www.tspu.edu.ru/images/faculties/fmf/files/UMK/lek.pdf>.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Янчук Анастасия

3 курс, Факультет математики и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: nastika05022004@mail.ru

Руководитель: Прач Виктория Станиславовна

кандидат педагогических наук,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ГОУ ВПО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: v-prach@mail.ru

**РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У
МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

В контексте современного образования особую важность приобретает развитие пространственных представлений у младших школьников на уроках математики. Развитие пространственных представлений у младших школьников важно для формирования математических навыков и представлений о геометрии. Однако, наблюдается снижение геометрической подготовленности обучающихся начальных классов из-за недостаточного развития пространственных представлений. Это приводит к трудностям в решении графических задач и работе с геометрическим материалом.

Особенность геометрии в образовании заключается в том, что ни один из школьных предметов не предоставляет обучающимся начальных классов таких возможностей для восприятия [3].

В начальной школе изучается геометрический материал без систематического обобщения. Основной акцент делается на плоских фигурах несмотря на то, что даже маленькие дети владеют опытом взаимодействия с трехмерными фигурами, такими как куб, шар, пирамида и т.д. Важно создать систематическую работу, направленную на формирование у обучающихся умения оперировать пространственными образами [2].

Анализируются разные аспекты формирования пространственных представлений, начиная с их развития и заканчивая методами обучения. Учителя играют ключевую роль в организации учебного процесса и предложении эффективных методик, стимулирующих пространственное мышление у младших школьников. Важно адаптировать методики к возрастным и индивидуальным особенностям обучающихся, дифференцируя подходы в обучении. Это помогает сохранить интерес школьников к математике и развить их пространственное мышление [1].

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

В современной педагогической практике наблюдается снижение геометрической подготовленности учеников начальных классов из-за недостаточного развития пространственных представлений.

Развитием пространственных представлений у младших школьников на уроках математики занимались следующие исследователи Б.Г. Ананьева, А. А. Думина, Р.А. Воронова, О. И. Галкина, М. А. Гузеева, Г.П. Позднова, М. Н. Шарданова и др.

Используя изученную нами информацию, мы хотим предложить наиболее эффективные методы, которые могут быть использованы на уроках математики для развития пространственных представлений у младших школьников:

1. Визуализация: использование визуальных материалов, таких как картинки, схемы, модели и геометрические фигуры, помогает детям лучше представить пространственные отношения и формы. Пример задания представлен в рисунке 1.

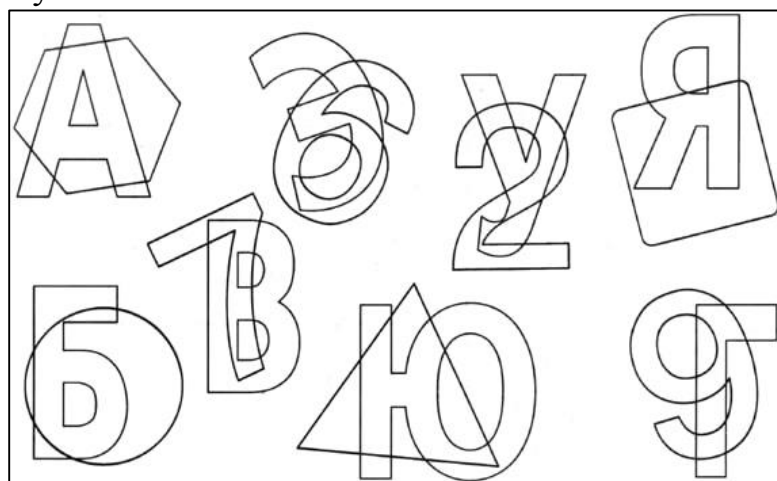
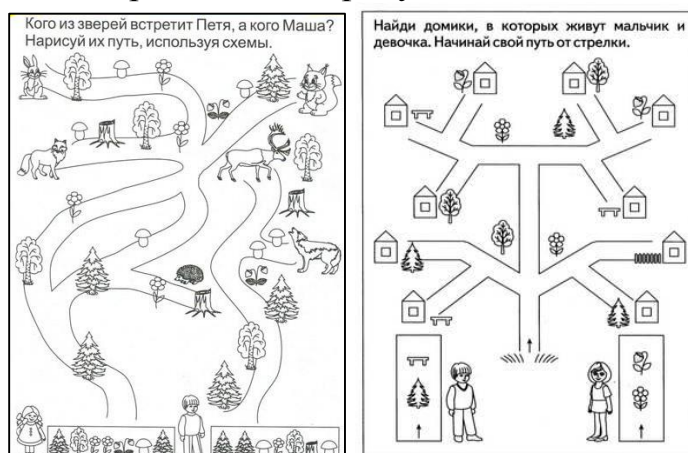


Рисунок 1 — Задание «Навигатор»

2. Игры и головоломки: различные игры и головоломки, основанные на пространственных задачах, могут стимулировать у детей интерес к геометрии и помогать им развивать пространственное мышление. Пример таких игр и головоломок представлен в рисунках 2, 3.



Секция 4. Информационные технологии в обучении математике*Рисунок 2 – Игра-головоломка «Как пройти?»*

3. Манипулятивные материалы: использование материалов для моделирования, таких как кубики, геометрические фигуры, строительные наборы и т.д., помогает детям физически ощутить и экспериментировать с пространственными концепциями. Пример задания представлен на рисунке 4.

*Рисунок 4 – Задание «Строительство по образцу»*

4. Использование ИКТ технологий: компьютерные программы, приложения для планшетов и интерактивные доски полезны для обучения геометрии и пространственных представлений. Они предлагают интерактивные возможности и визуализации, делая обучение более увлекательным и понятным для детей.

Для использования данного метода обучения мы предлагаем современным педагогам использовать мобильную игру: «Спасательная машина» / Escape Car (рис. 5)

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике



Рисунок 5 – Игра «Спасательная машина» / Escape Car

Использование разнообразных методов, таких как визуализация, игры, решение задач, работа с материалами и современные технологии, помогает развивать пространственное мышление у младших школьников и способствует формированию обучающимися универсальных учебно-познавательных действий.

Литература

1. Нурмагомедов Д.М. Проблема формирования пространственных представлений у младших школьников при обучении математике / Д.М. Нурмагомедов, Ш.Д. Камилова // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. – 2012. – № 3 (13).
2. Муксинова Н.А. Развитие пространственных представлений у младших школьников на уроках математики / Н.А. Муксинова // Молодой ученый. – 2021. – № 10 (352). – С. 200-204.
3. Шарыгин И.Ф. О курсе наглядной геометрии в младших классах / И.Ф. Шарыгин, Н.П. Долбинин // Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 19-21.

СЕКЦИЯ 5

Математика в гуманитарных профессиях

Руководитель: Евсеева Елена Геннадиевна,
доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры
высшей математики и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Токарев Иван

студент 1 курса Шахтерского торгово-экономического колледжа (филиал)
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики и торговли
имени Михаила Туган-Барановского»,
г. Шахтерск, Россия

2-е место

Козловская Ева

студентка 4 курса Физико-математического факультета
Белорусский государственный педагогический
университет имени Максима Танка,
г. Минск, Беларусь

3-е место

Брязкало Анастасия

студентка 4 курса Факультета математики
и информационных технологий
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Абидов Рахим Тахирович

аспирант,

Таджикский государственный педагогический
университет имени Садриддина Айни,
г. Душанбе, Республика Таджикистан

Руководитель: Назаров Ахтам Пулатович,

кандидат педагогических наук,

доцент кафедры информационных и
коммуникационных технологий,

Таджикской государственной педагогической
университет имени Садриддина Айни,
г. Душанбе, Республика Таджикистан

e-mail: : ahtam_69@mail.ru

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ПУЛАТ
ДЛЯ ОБЛЕГЧЕНИЯ ТРУДА УЧИТЕЛЯ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ
КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ**

Проблема облегчения труда учителей математики при проведении проверочных работ и объективной оценке знаний учащихся и их компетенций является важным вопросом в учебном процессе. Современные методы проведения проверочных работ в учреждениях общего среднего образования в настоящее время не отвечают требованиям и не обеспечивают объективности проверки. Будь-то подготовка дидактических материалов, или написание двух вариантов заданий на доске, или метод тестирования путем подготовки тестовых заданий (как бумажный, так и компьютерный вариант). Современные методы проведения проверочных работ, с одной стороны, еще больше усложняют труд предметных педагогов, а с другой – не обеспечивают объективности проверки знаний учащихся. Объективная оценка проверки знаний и компетенций мы должны обеспечить на высоком уровне.

Учителя математики, как показывают наблюдения и исследовательская работа, сталкиваются со многими трудностями в процессе проведения проверочной работы. Одна из этих трудностей проявляется в организации и проведении проверочной работы, а другая - в полном и строгом контроле процесса проверочной работы. Удовлетворенность каждого учителя математики 5-го класса по отношению к каждому ученику проявляется в том, что учащиеся хорошо и качественно освоили темы предыдущего урока, могут решать задачи быстро, правильно и самостоятельно. Это продукт работы и профессии учителя. Организация и проведение периодических контрольных работ позволяют развивать самостоятельность учащихся, а деятельность учащихся быть интересной и эффективной.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Проведение контрольных работ считается видом самостоятельной деятельности учащихся и предъявляет к преподавателю ряд особых требований. Проведение этих работ по старой технологии не отвечает требованиям времени и не развивает самостоятельность учащихся. Проверочная работа по прежней технологии проводится не объективно. Поэтому в данной работе, используя достижения информатики, особенно программирования, была разработана новая технология проведения контрольных работ по математике в 5 классе с использованием компьютерной программы. Компьютерная программа создается с использованием метода Пулата. Основная проблема для решений направлено на облегчение труд учителя математики при проведения контрольных работ и индивидуализации этого процесса в виде вариативности контрольных работ.

Цель и задачи. Изучение и исследование круга примеров и вопросов, с помощью которых составляется задание для контрольной работы №1 по математике в 5 классе; определение предметно-тематических компетенций в рамках действующей учебной программы и построение на их основе компьютерную программу для проведения этой контрольной работе и объективной оценки уровня сформированных знаний учащихся по пройденным тем математики в 5 классе с применением метода Пулат.

Кардинальные преобразования и реформы в сфере образования и политики, проводимые руководством государства в этом направлении, требуют формирования математических знаний учащихся на основе объективной оценки их знаний и оценки предметных компетенций. Это обусловлено повышением качества математического образования и создаёт необходимость модернизации системы образования и развития основных направлений образования, обеспечения качественной подготовки подрастающего поколения к продуктивному труду. Нынешний век считается веком информатики, и в Республике Таджикистан необходимо подготовить конкурентоспособных специалистов по науке, дисциплине и мировому рынку. Специалисты должны обладать способностью решать проблемы внедрения информационных технологий. Правильно применять современные производственно-промышленные технологии на основе сознательного использования научно-прикладных основ, особенно математических наук и информатики.

Но все ещё преподаватели математики в нашей республике используют предыдущие технологии, такие как написание по крайней мере двух вариантов контрольной работы на доске и метод тестирования, при проведении проверочных работ. Учащихся хорошо знают, что в этих технологиях проведения тестовых работ можно найти решения и ответы друг от друга и переписать. Это еще больше способствует снижению уровня знаний учащихся по математике, и по этой причине их самостоятельность при проведении тестовых работ не развивается. Стоит отметить, что в

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Республике Таджикистан учёным-педагогом, математиком и информатиком А.П. Назаровым создан метод Пулата [1]. Этот метод пока остается одним из ведущих методов при проведении работ по проверке знаний учащихся по математике и объективной оценке компетенций. Для реализации метода Пулата при проведении контрольных работ по математике в 5-х классах возникает необходимость в создании компьютерных программ с использованием языков программирования. Компьютерные программы, созданные с помощью метода Пулата, индивидуализируют процесс проведения контрольных работ по математике и информатике. Эти компьютерные программы предлагают каждому учащемуся контрольную работу в отдельности. Это процесс индивидуализации проверочной работы и имеет вариативную форму.

Начало изучения математики в 5-м классе начинается с изучения более крупных разрядов натуральных чисел [3]. В нем учащихся знакомятся с более крупными разрядами, в том числе с миллионами. Развивая свои знания по разрядам и натуральным числовым классам, они укрепляют свои навыки и способности. Примеры аналогичны разделению на классы и разрешению разряда числа. Для определения уровня полученных знаний и компетенций учащихся по изучению этих предметов целесообразно представить им в качестве тестовой работы следующее задание:

Определить разряды натуральных чисел III:

Миллионы ; Тысяча ; Единицы

Здесь в замен на III каждому ученику предлагается большое натуральное число в индивидуальной форме. Но с традиционными технологиями эта работа очень трудоемка для учителя-предметника и требует много времени. Эти проблемы также можно увидеть путем изготовления бумажных дидактических формочек. Именно для преодоления этих трудностей и облегчения труда учителя-предметника необходим компьютерный доступ к учителю. Необходимо создать компьютерную программу, которая сможет устранить эти проблемы. Для этого, например, с использованием языка программирования PascalABC.Net [2] и его визуальный режим [2, 3], создадим новый проект. В его диалоговой форме вводим условие вышестоящего задания. Технология его программирования такая. К диалоговой форме проекта программного обеспечения добавим компонент управления примечаниями Label. В поле значения свойства Text вводим выражение “Натуральные числовые разряды”. Эта фраза становится видимым путем связывания компонента управления метками заметок в диалоговой форме. После этой фразы мы должны связать число III и поместить его. Число III генерируется и определяется с помощью метода Пулата. С целью реализации метода Пулата составляем следующие строки программы.

Var rv := DateTime.Now;

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

```

Var натчисло := Abs(sin(rv.Hour-rv.Second)+cos(rv.Minute-
Milliseconds)-
sin(rv.Day+rv.Millisecond)+cos(rv.Millisecond+rv.Month)).ToString;
Delete(натчисло,1,3);
While натчисло[1]='0' do Delete(натчисло,1,1); Label4.Text :=
натчисло.Left(9);

```

Описываем технологию создания этой части компьютерной программы в проекте программного обеспечения. Как известно, большую роль в цифровом методе играет значение величин даты и времени в компьютерной системе. Для этой цели мы собираемся описать переменную *rv* и присвоить ей значение *DateTime*. Здесь *DateTime* – это стандартный тип данных даты и времени языка программирования *PascalABC.Net* [2]. Через объектный метод *Now* эти величины меняются каждый раз, когда дата и время в компьютерной системе меняются и идёт вперед.

Теперь мы опишем другую переменную, например, с именем *натчисло*. С помощью метода Пулата и тригонометрических функций синуса и косинуса мы определяем его значение. И так генерируется, и стало известно значение переменная *натчисло*. Необходимо преобразовать значение сгенерированной переменной *натчисло* в предметно – тематические компетенции, точнее в натуральную числовую форму. С этой целью мы вырезаем и удаляем первые три кода из сгенерированной *натчисло* переменной с помощью процедуры *Delete(натчисло,1,3)*. Так как тип переменной *натчисло* является строковым, может начинаться с номера (в данном случае кода) 0. Используя оператор цикла с предусловием *While натчисло[1]='0' do*, мы вырезаем и удаляем те числа 0, которые были в начале. Если в натуральном числе используется класс миллионов, то количество его чисел не более 9 цифр. Основывая это на использовании функции *натчисло.Left (9)* получает только его 9 цифр, начиная с левой стороны. Мы принимаем это число, полученное в конце, как входящий параметр задачи, то есть значение параметра *l11*. Используя элемент управления метками, мы помещаем его после фразы «Натуральные числовые разряды» путем связывания с условием задачи и отражаем его. Это в тексте вышестоящей программы написано с оператором присваивания *Label4.Text: = натчисло.Left(9)*.

Во время задания попросить ученика назвать число один из трех разрядов натуральных чисел. В указанном задании запрашивается разряд миллионов, тысяч и единиц. Мы можем постоянно запрашивать одни и те же разряды у учащихся с помощью компьютерной программы, а ученики могут вводить их с помощью клавиатуры. С целью более объективного проведения контрольной работы и объективной оценки знаний, полученных учащимися, мы стараемся, чтобы программа каждый раз меняла эти разряды. Лучше спросить у каждого класса единиц, тысяч и миллионов по

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

одному. Пример варианта приведено на рисунок 1 (Компьютерная программа разработано на таджикском и русском языках).

1. Определите разряды натурального числа **624524244** .

Сотни миллионы Десятки тысяч Десятки

Рисунок 1 - Пример варианта задания

Второе задание и остальная часть контрольной работы программируются аналогично первому.

В проект программного обеспечения, который мы создали, мы добавляем три командной кнопки. На первой кнопке порядка ставим текстовое название «Задание», в ее процедуру включаем текст программы по генерации и отображению на экране компьютера условия заданий. При нажатии этой кнопки генерируются различные входящие параметры задач, готовится вариант контрольной работы и отражается на экране компьютера. Бесконечное количество вариантов создается путем многократного нажатия этой кнопки. Назвав вторую кнопку, «Проверка», мы включаем в её процедуру текст программы для проверки ответов, оценки и отражения на экране компьютера оценки контрольной работы. При нажатии этой кнопки ответы, введенные учеником, будут проверены, если таковые имеются. В зависимости от полученной оценки, оценка учащегося становится известной и объявляется традиционным пятибалльным способом. Эта кнопка и командная кнопка «Задача» скрываются после нажатия кнопки «Проверка». Поля элемента управления текстом переходят в режим «только просмотр». Появится кнопка с текстовым названием «Продолжить». Эта кнопка позволяет ученику, после просмотра оценки, продолжить работу с текущей варианта, нажав на неё, или выбрать и выполнить другой вариант, нажав кнопку с надписью «Задача». Пример одного варианта контрольной работы приведен на рисунке 2.

Новизна и оригинальность. Облегчён труд учителя, нет возможности переписать ответы друг с друга, нет возможности заранее достать или получить каким-то путём вариант контрольной работы, активизация самостоятельной деятельности учащихся и повышение интереса учащихся к предмету математики.

Выводы. В данной работе была создана новая технология проведения контрольной работы по математике в 5-м классе и представлена как технология перехода от предыдущей технологии к новой. В нем задачи отражаются на экране компьютера с помощью компьютерной программы. Ученикам не налагается никаких ограничений на время выполнения контрольной работы, так как всего 45 минут. Например, ученик сам выбирает, с какого задания начать выполнять работу. Если произошла ошибка, есть возможность ее исправить. Быстро увидит свою оценку.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Контрольная работа №1 по математике в 5-м классе СОУ

Математика, 5 класс. Контрольная работа №1 **ЗАДАНИЕ**

1. Определите разряды натурального числа **966034817** .
Сотни миллионов **Десятки тысяч** **Десятки**

2. Разделите натуральное число **365036646** на классы.
Миллионов **Тысяч** **Единиц**

3. Запишите чисел до и после числа **7587** .
Предыдущее число **Число после**

4. Точка В отмечена внутри отрезка АС. Длина отрезка АС равна **44** см, ВС — **70** мм. Какова длина отрезка АВ в мм?
Ответ:

5. **8310** мм выразить в м, дм, см и мм.
Ответ: **м** **дм** **см** **мм**

6. Расположите числа **720** , **480** и **900** в порядке убывания.
Ответ:

Проверка

Авторы: Назаров Ахтам Пулатович и Абидов Рахим Тахирович
ahtam_69@mail.ru

Рисунок 2 – Пример задания контрольной работы

Литература

1. Назаров А.П. Объективный контроль знаний учащихся при проведении самостоятельных работ по информатике с применением метода Пулат / А.П. Назаров // Дидактика математики: проблемы и исследования: Международный сборник научных работ. – 2023. – Вып. 1(57). – С. 69-76. DOI: 10.24412/2079-9152-2023- 57-69-76
2. Назаров, А.П. Активизация самостоятельности учащихся и облегчение труда учителя при проведении контрольных работ по теме «электронные таблицы» с применением метода Пулат / А.П. Назаров // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 3(59). – С. 70–79. DOI: 10.24412/2079-9152- 2023-59-70-79.
3. Назаров, А. П. Компьютерная поддержка проведения проверочных работ по теме «Простые числа» [Текст] / А.П. Назаров // Научно-практический журнал «Информатика в школе». – 2020. – №9(162) – С. 59-62.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Аркадьева Ольга

2 курс магистратуры, Факультет математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: o.arkadieva@mail.ru

Руководитель: Прач Виктория Станиславовна

кандидат педагогических наук,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: v-prach@mail.ru

**ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
«ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ» В ОБУЧЕНИИ ДЕТЕЙ С ОВЗ**

Организация эвристически-ориентированных задач в построении образовательной траектории обучающихся с ОВЗ представляет сложную задачу. Снижение интеллекта, отсутствие речи, заторможенность или сильная активность (СДВГ), общее недоразвитие речи дополняется нарушением двигательной и пространственной ориентировки. В результате таких нарушений ребенок становится труднообучаемым и получает статус ребенка с ОВЗ.

Необходимо выделить некоторые термины эвристического обучения детей с ОВЗ. Они построены на так называемых эвристических методических моделях или конструкциях, осуществляющих педагогическое воздействие на личность обучающегося [4]. Это «эвристически приближающие методы обучения». С точки зрения образовательной области «Математика» существование приближения обусловлено «лимитами» или «пределами». Доктор физико-математических наук Н.Я. Виленкин в своей книге описывает парадокс «Ахиллеса и черепахи» [2]. Он заключается в том, что сколько бы ни пытался Ахиллес догнать черепаху, между ними всегда бы находился небольшой отрезок-промежуток. Парадокс заключается в том, что такой вывод делается по причине отсутствия движения, хотя все в окружающем пространстве подчинено именно движению. Таким образом, сформулируем понятие «последовательных методов педагогических приближений» в области дидактики обучения детей с ОВЗ, основанных на математических теориях пределов.

Образовательный «предел» педагогического воздействия по формированию умений и навыков у обучающегося обусловлен степенью структуры дефекта и интеллектуальной недостаточности. Формирование эвристически-ориентированных заданий способствует продвижению

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

вперед и индивидуальному прогрессу обучающегося. Степень педагогического мастерства учителя дает возможность определять структуры индивидуального продвижения, использовать цифровые технологии в обучении, дидактические пособия, предметы-ориентиры, надписи-ориентиры. Некоторые методы и подходы можно внедрять годами, прежде чем в обучении будет замечен результат в явном виде.

В систему методических приемов положены продуктивные и репродуктивные методы обучения: обучение по образцу, поисковая или эвристическая деятельность обучающегося, в результате которой, ученик приобретает субъективно новую информацию и сам создает новый продукт. В системе образования репродуктивный метод обучения применяется уже давно. Ранее он применялся в виде выполнения учениками действий по образцу, в рамках предложенных учителем ситуаций, в виде конспектирования и решения несложных задач, направленных на воспроизведение знаний и формирование умений и навыков обучающихся. Суть этого метода состоит в многократном повторении способа деятельности по заданию учителя. Функция учителя заключается в разработке и сообщении образца, работа ученика - в выполнении действий по указанному образцу. Продуктивная деятельность является инновационной, она развивается в результате реализации продуктивного образования и связана с эвристическим (поисковым) и творческим этапом организации работы обучающихся [3]. В результате такой деятельности формируются компоненты познавательной активности:

- мотивационно-потребностный, который характеризуется наличием внутренней и внешней мотивации обучающихся к изучению нового, интересом к процессу познания;
- содержательно-операционный, проявляющийся в совокупности действий по решению познавательных задач (структура данного компонента определяется способностью учеников к действиям репродуктивного и исследовательского характера);
- рефлексивно-оценочный, который определяется способностью учеников с нарушением интеллекта к оценке своих действий, соотношением своей работы с эталоном (образцом), способностью находить и исправлять ошибки [5].

Итак, приведем пример в обучении ребенка с ОВЗ по методической модели образовательной области «Математика» - «Принцип Дирихле». Для примера приведем определение: предположим, m кроликов рассажены в n клетках.

Если клеток больше, чем голубей, то хотя бы одна клетка останется свободной [1]. Наша задача заключается в заполнении недостающего пространства знаний умений и навыков, если мы продуцируем образовательную практику движением вперед. Приведем пример заданий, выполняемых по такому принципу:

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

-выкладывание цифр и букв на рисунки готовых образцов, обучение выкладыванию букв на карточки Домана (величина букв дидактического пособия гораздо больше величины букв на карточке или наоборот);

-заполнение пространства недостающих объектов, количества предметов дидактического материала (например, положи недостающие овощи среди «капусты», «моркови» и т.д.);

-дидактические игры с большими кубиками в пространстве комнаты по команде «положи недостающий кубик, дострой башенку, отнеси кубик в другое место»;

-обводка и штриховка образцов цифр и букв;

Благодаря такому обучению в образовательной практике с обучающимся Максимом С. (диагноз: F-71 умеренная умственная отсталость, аутизм) с первого по шестой класс были достигнуты определенные результаты формирования исследовательских умений. Необходимо выделить основные моменты «приближающего цифрового образования» с помощью мобильных технологий обучения:

- умение выполнять считывание букв и простых слов с мобильного телефона (увеличения шрифта позволительно до 7 мм высоты буквы) (Рис.1);

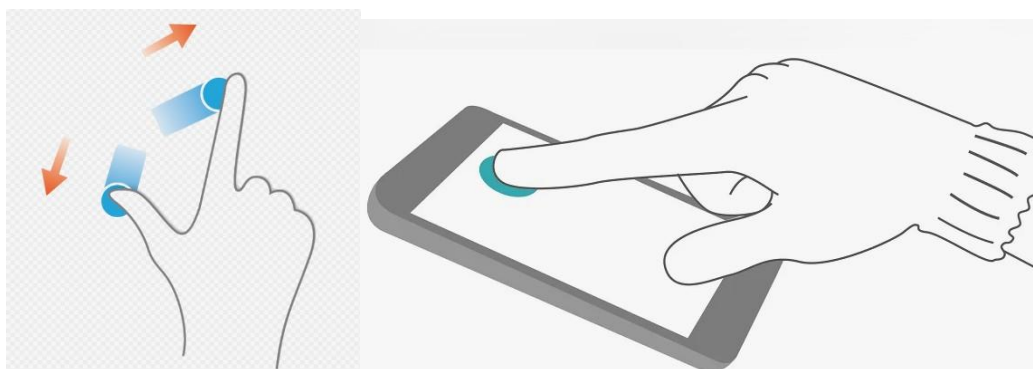


Рисунок 1 – Управление мобильными технологиями для обучения ребенка с ОВЗ (увеличение шрифта букв и слов)

- умение зрительного переноса образа буквы в пределы пространства стола или небольшой белой доски для выкладывания букв»;

- передвижение букв вперед по мере считывания на карточке с готовой надписью (потому что невозможно поместить большие буквы дидактического пособия на более мелкий шрифт на готовых карточках заводского производства);

- умение дополнять буквы дидактического пособия из другого пособия (например, из дидактического пособия «Пазлы. Серия «Цветочная школа». Учим алфавит» была утеряна буква «Ш». Максим С. использовал большой мягкий кубик (высота которого приблизительно 9-10 см) для показа «заполнения пространства недостающей буквы (буква написана на стороне

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

кубика)». В данном пособии буквы складываются в виде лепестков цветка вокруг круга-центра, на котором по образцу указаны буквы. Обращение к учителю осуществил с помощью жестов и восклицании о произведенном открытии. Такие готовые продукты в обучении детей с ОВЗ назовем «приближающими дидактическими конструкциями» или «моделями решателями». Определение гипотезы было дано в предыдущих публикациях, что такие модели способствуют решению ранее неразрешимых вопросов в педагогической практике. Они указывают на навыки управления ребенка с ОВЗ предметами и сознательного действия с ними, на развитие логического и пространственного мышления. Показывают на результаты обучения не только с выполнением учебных действий по образцу, но и умения выполнять доказательную структуру некоторых явлений и процессов в общей системе педагогического процесса самостоятельно (рис.2).



*Рисунок 2 – Схема перемещения предмета из одного пособия в другое
Максимом С. при самостоятельной демонстрации «открытия знания»*

Нами были получены некоторые частные результаты сформированных умений обучающегося Максима С. Такие умения связаны с наличием того или иного дидактического материала для обучающегося у родителей ребенка. Часто у родителей наблюдается ограниченное число дидактических пособий одного формата. Например, в работе с Максимом С. используем дидактическое пособие букв-магнитов на картоне в виде небольших прямоугольников в 2 экземплярах. Если использовать буквы другой конфигурации или цвета, это нарушит структуру целостности одного пособия по обучению грамотного чтения. Для другого учителя такой вопрос может быть несущественен. Все зависит от методики учителя, которую он реализует по данному обучению какого-либо ребенка. В результате этого формируем такие виды умений:

- умение выкладывать буквами простую фразу, например «В реке плавает...»;

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

- умение переставлять буквы, которых не хватает в дидактическом пособии;
- умение переставлять букву «е» из второго слова в третье (в данном примере);
- умение создавать пространства или промежутки между буквами для заполнения недостающей буквы.

Все перечисленные результаты были зафиксированы учителем в апреле 2024 года, на шестой год обучения Максима С. в школе по индивидуальному учебному плану.

Методическая модель «Принцип Дирихле» помогает в диагностике уровня знаний и умений обучающихся на начальном этапе обучения. Приведем пример дошкольницы Даши К. (6 лет). У ребенка ярко выраженное недоразвитие речи, практически полное отсутствие фразовой речи, присутствуют признаки аутичного поведения, кусание руки с отпечатком зубов на коже, потряхивание «ручками-крылышками». Во время занятия по изучению чисел первого десятка произошла демонстрация знания и умения выбирать цифру девять. Ориентирование осуществилось по методу: «Ничего не остается другого, как заполнить недостающее пространство чисел первого десятка от 1 до 9». Учитель пользовалась наглядно-практическим материалом из дидактического пособия, в котором предусмотрено только по 8 овощей и фруктов. Во время работы был выложен ряд из предметов (миниатюрный «виноград») только 8 штук (Набор. Считай и сортируй «Яркий урожай»). Ниже под предметами был расположен числовой ряд от 1 до 8 цифрами из дидактического пособия. Даша К. продемонстрировала знание числа «9» методом передвижения цифры за числовой ряд с другого конца стола. Учитель зафиксировала знание первого десятка Дашей К. Таким образом, число «9» «вытаскивается» за пределы ограниченной числовой последовательности от 1 до 8 и заполняет недостающее пространство. Учителю необходимо отметить, что занятия в пределах первого десятка может быть неинтересным для ребенка, несмотря на степень ее нарушений в развитии. Учитель выдвигает предположение о знании ребенком чисел в пределах 100.

Вывод: учитывая степень ограниченного общения с учителем, некоторые диагностические процедуры невозможно произвести в речевом формате, для этого помогают лимитированные числовые последовательности и «предел» этих последовательностей. Такие задания выступают в виде комплекса методических приемов по «Принципу Дирихле» в системе обучения (описанных выше) на протяжении нескольких лет обучения. Это находит отражение в общих принципах методического подхода. Наиболее простой наглядный пример - это представление чисел первого десятка и заполнение пространства недостающих единиц знаний на карточках-цифрах дидактического пособия и так далее. Такие пособия предназначены для игры

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

или подготовки к школе детей дошкольников и часто применяются в работе с детьми с нарушением интеллекта на протяжении многих лет обучения.

На основе таких выводов сформулируем гипотезу: некоторая степень педагогического воздействия имеет «предел» для обучения в течении какого-либо периода времени, при переходе за грань которого, возникает озарение или открытие педагогического результата, когда обучающийся с ОВЗ (особенно со сложной структурой дефекта) сам делает открытия в процессе собственной образовательной деятельности на основе логического умозаключения.

Литература

1. Аркадьева, О.В. Особенности применения принципа Дирихле в решении комбинаторных задач в школьном курсе математики / О.В. Аркадьева // V Международная научно-методическая конференция «Эвристическое обучение математике» (23-25 декабря 2021). – Донецк : ДонНУ, 2021. – С. 259 – 264.
2. Виленкин, Н.Я. Метод последовательных приближений / Н. Я. Виленкин. - Издание 2-е, переработанное и дополненное. - Москва : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1968. – 107с.
3. Пичугина, Г.А. Продуктивный и репродуктивный методы обучения в организации современного образования // Балканско-научно обозрение. – 2020. №4 (10). – С. 16 – 19.
4. Скафа, Е.И. Эвристическое конструирование в обучении математике / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2016. – №43. – С.21 – 26.
5. Федосеева, Е.С. Научные подходы к проблеме повышения познавательной активности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья / Е.С. Федосеева, Е.П. Хвастунова // Известия ВГПУ. – 2019. – №2 (135). – С.42 – 48.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Барковская Светлана

2 курс магистратуры, Факультет математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: Sveta.barkovskaya@yandex.ru

Руководитель: Абраменкова Юлия Владимировна

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: u.abramenkova@donnu.ru

**ИЗУЧЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
КАК МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ
В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ**

В мире всё неразрывно связано. Математика является одним из этих связующих элементов, ведь математические методы нашли применение в разных областях наук. Поэтому можно говорить, что математическое моделирование реальных процессов носит метапредметный характер. В связи с этим при изучении школьной математики обучающимся целесообразно демонстрировать применение математического моделирования для решения практических задач. Это будет способствовать формированию целостной картины мира и повышению степени понимания математических объектов и закономерностей.

Рассмотрим дифференциальные уравнения как математические модели процессов, протекание которых описывают различные школьные предметы.

Дифференциальные уравнения изучаются в 11 классе при изучении школьного предмета «Алгебра и начала математического анализа» углублённого уровня [4], а также в рамках внеурочной деятельности. Данная тема является сложной для восприятия старшеклассниками, поэтому демонстрация практического применения этого математического объекта положительно скажется на усвоении изложенного материала.

Дифференциальные уравнения в математике – это уравнения, содержащие производную неизвестной функции [1, с. 310]. Помимо алгебры данный математический объект нашёл применение и в геометрии.

Рассмотрим задачу на положение касательной.

Задача 1. Запишите уравнения кривых, для которых площадь любого треугольника, образованного касательной и ординатой, проведённой из некоторой точки кривой, и осью абсцисс, равна единице. Начертите все

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

непрерывные кривые, удовлетворяющие условию задачи и проходящие через точку (1; 2) [2, с. 6].

Первым этапом решения является нахождение треугольника, удовлетворяющего условиям задачи. Искомый треугольник ABC получается в том случае, когда касательная не параллельна осям координат, то есть выполняются условия $y'_0 \neq 0$ и $y'_0 \neq \infty$ (рис. 1).

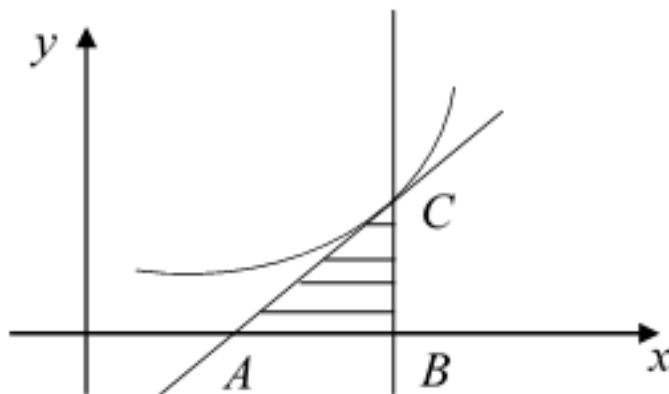


Рисунок 1 – Графическая интерпретация задачи 1

Далее вычисляются координаты вершин треугольника, находится его площадь и составляется дифференциальное уравнение с разделяющимися

переменными: $\frac{y^2}{2|y'|} = 1$ (единица в правой части уравнения выбрана для облегчения вычислений, ведь выбор точки $(x_0; y_0)$ произволен). Рассматривая два случая ($y' < 0$ и $y' > 0$) при решении дифференциального уравнения, получают искомые уравнения кривых.

В предметах естественнонаучного цикла дифференциальные уравнения применяются в тех случаях, когда не определена связь между величинами, но возможным является установление связи между величинами и скоростями их изменения относительно других переменных величин. В большинстве случаев время является независимой переменной, при условии его непрерывности.

Рассмотрим практическую задачу из школьного курса географии на определение поля ветра в пограничном слое атмосферы.

Задача 2. Наблюдение за возрастанием скорости ветра с высотой показало, что вертикальный сдвиг ветра (скорость изменения скорости ветра в единицу времени по вертикали) максимален около земной поверхности при начальном условии, что на высоте $z = 0$, скорость ветра v также равна нулю. Составьте дифференциальное уравнение, характеризующее зависимость скорости ветра от высоты подстилающей поверхности, если данная зависимость нелинейная, а постоянная Кармана (отношение среднеквадратичного отклонения скорости к средней скорости) равна приблизительно 0,4. Данная задача также сводится к решению

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

дифференциального уравнения, в результате решения которого формулируется вывод о полулогарифмической зависимости увеличения скорости ветра с высотой.

Также в курсе экономики имеются задачи на составление и решение дифференциальных уравнений. Например, одним из таких типов задач являются задачи на выпуск продукции.

Задача 3. В начальный момент времени ($t = 0$) на предприятии производилось продукции в количестве y_0 , скорость роста выпуска продукции предприятием пропорциональна инвестированию $u(t)$. Найдите какое количество продукции $y(t)$ производится в каждый момент времени, если инвестирование постоянно и равно 3 денежным единицам.

Безграничны возможности применения дифференциальных уравнений в школьном курсе физики (задачи на движение, на радиоактивный распад, на электрические цепи, давление и т.д.) и химии (задачи на смеси, растворы, охлаждение и нагревание и т.д.). Некоторое формулы, приведённые в учебниках по физике, являются дифференциальными уравнениями, например, уравнения вынужденных и свободных колебаний, уравнение теплопроводности.

Рассмотрим пример задачи на движение по воде из курса физики.

Задача 4. Под действием сопротивления воды лодка за 1 мин замедлила своё движение с 6 до 1 км/ч. Какой путь пройдёт лодка до полной своей остановки [2, с. 20]?

В соответствии со II законом Ньютона задача 4 сводится к решению

задачи Коши: $v' = -\mu v$, $v(0) = 6$ и $v\left(\frac{1}{60}\right) = 1$ для нахождения уравнения изменения скорости относительно времени, а затем к вычислению определённого интеграла для нахождения искомого расстояния.

Химические задачи, сводящиеся к решению дифференциальных уравнений не менее разнообразны, чем физические. Рассмотрим задачу на концентрацию раствора.

Задача 5. В резервуаре находится 10 м^3 раствора кислоты, концентрация которой равна 14 кг/м^3 . Этот раствор выливается из резервуара со скоростью $0,5 \text{ м}^3/\text{с}$ и с такой же скоростью в резервуар подаётся чистая вода, которая сразу же смешивается с раствором так, что концентрация раствора уменьшается. Через какое время концентрация будет равна 7 кг/м^3 ? [3, с. 116]. В данной задаче, как и в вышеперечисленных, время выступает в качестве независимой переменной дифференциального уравнения.

Изучение дифференциальных уравнений на основе метапредметного подхода демонстрирует универсальность математического аппарата. Составление дифференциальных уравнений как моделей реальных процессов становится обобщенным способом действий по решению задач

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

из различных областей наук и практической деятельности.

Литература

1. Алгебра и начала математического анализа : учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений : базовый и углублённый уровни / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др. – Москва : Просвещение, 2022. – 384 с.

2. Гриншпон Я. С. Геометрические, физические и экономические задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям : учеб. пособие / Я. С. Гриншпон. – Томск : Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2017. – 74 с.

3. Евсеева Е. Г. Математическое моделирование в химии : учебно-методическое пособие для студентов химических специальностей / Е. Г. Евсеева, Ю. В. Абраменкова, С. С. Попова. – Донецк : ДонНУ, 2016. – 199 с.

4. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика. 10-11 классы (углублённый уровень) [Электронный ресурс] // ФГБНУ "Институт стратегии развития образования". – Москва, 2023. – Режим доступа : URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/20_ФРП_Математика-10-11-классы_угл.pdf.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Брызкало Анастасия

4 курс, Факультет математики
и информационных технологий,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: nastya.bryazkalo@bk.ru

Руководитель: Евсеева Елена Геннадиевна

доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики и
методики преподавания математики,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕНТАЛЬНЫХ КАРТ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ
ПОНЯТИЙ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» В
ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ**

В условиях современного общества, насыщенного развитием информационных технологий, требования к образовательной системе для молодого поколения становятся более жесткими. Для успешной и востребованной интеграции в общество необходимо уметь эффективно обрабатывать огромные объемы информации, обладать навыками анализа и синтеза, а также быть готовым к постоянному обучению и развитию на протяжении всей жизни. Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) общего образования нацелен на формирование личности, способной к всестороннему развитию, и на развитие качеств, соответствующих требованиям современного информационного общества.

Согласно Федеральному закону «Об образовании в Российской Федерации» (2012 г.), статья 28 пункт 12 подчеркивает важность модернизации и усовершенствования методов обучения и воспитания молодежи, а также использование новейших образовательных технологий, включая электронные, в учебном процессе. Учитывая, что сегодня системно-деятельностный подход является основой реализации ФГОС на всех уровнях образования, что предполагает акцент на стимулирование самостоятельной активности учащихся, наступает время радикальной переработки использования новых образовательных технологий.

Исследование применения ментальных карт при формировании понятий курса "Вероятность и статистика" в основной школе является актуальным по нескольким причинам.

В первую очередь – это улучшение понимания изучаемого материала. Ментальные карты могут помочь учащимся лучше понять и усвоить

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

сложные понятия вероятности и статистики, представляя информацию визуально и структурированно.

Во-вторую очередь – это развитие критического мышление и вовлечение учащихся в общеобразовательный процесс.

И в-третьих – это интеграция с цифровыми технологиями. Современные образовательные технологии часто включают в себя создание и использование ментальных карт. Исследование их применения в школьном курсе поможет подготовить учащихся к эффективному использованию этих инструментов.

Все эти новые социальные условия обуславливают актуальность темы «Применение ментальных карт при формировании понятий курса «Вероятность и статистика» в основной школе», чтобы развивать у школьников необходимые навыки, связанные с анализом данных и принятием решений на основе количественных и качественных данных.

Ментальные карты – это инструмент, с помощью которого можно эффективно структурировать информацию, размышлять, используя весь творческий потенциал обучающегося. С одной стороны, они помогают мыслить, а с другой стороны, развивают мышление. Ментальные карты являются промежуточной стадией между размышлениями и переносом мыслей на бумагу [1].

Концепция ментальных карт была введена Тони Бьюзенем [2], выдающимся психологом из Великобритании. После тщательного изучения научных работ, посвященных оптимальному использованию когнитивных способностей человека, Бьюзен подчеркнул значимость визуализации в процессе мыслительной деятельности. Он предложил интеллект-карты в качестве способа фиксации и глубокого воспроизведения информации, что отражает ассоциативные процессы, происходящие в человеческом мозге.

В статье Зоной С. А и Лукачёвой М. А. [6] рассматриваются методические аспекты использования ментальных карт на уроках различного типа. Выделены особенности и формы работы с интеллект-картой, как инструментом открытия нового знания и формирующего оценивания.

В настоящее время технология ментальных карт легла в основу создания различных программных продуктов. В России исследователи Г.П. Мельников и П.Г. Кузнецов внесли свой вклад в разработку этой концепции. Позднее Г.П. Щедриковский провел её дальнейшую модернизацию.

С учетом того, что программные средства развиваются очень быстро, и учебным заведениям сложно за ними поспевать, использование разнообразных веб-сервисов в образовательном процессе является эффективным решением. Эти сервисы не требуют установки на компьютер, доступ к ним возможен при наличии интернета; они доступны из любой точки мира; поддерживают коллективную работу над документами; предлагают разные уровни доступа к материалам;

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

позволяют в рамках сообщества обсуждать и оценивать публикации; способствуют группировке материалов по темам [4].

Например, в статье Е. Н. Дроновой [4] рассмотрено создание ментальных карт с помощью веб-сервиса MindMeister. В данной работе подробно описанные преимущества и недостатки и само использование данного сервиса

Также к веб-сервисам для разработки ментальных карт относятся следующие: IOctopus, Cacao, Bubbl.us, Mindomo, Mind42.com и др.

В данной работе был использован веб-сервис IOctopus.

IOctopus – это сервис для создания интеллект-карт онлайн. Цель команды IOctopus — создать приятный инструмент, которым будет также удобно пользоваться как блокнотом для записи своих идей. И который будет помогать входить в состояние потока. Сервис соответствует основным принципам от создателя метода ментальных карт Тони Бьюзена.

Знакомство в учебном курсе с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. При изучении статистики и вероятности обогащаются представления обучающихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления. В соответствии с данными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основного общего образования выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов».

На уроках открытия новых знаний эффективной и наиболее подходящей формой работы будет ментальная карта, разработанная самим учителем.

Для примера можем взять интеллект карту, разработанную для темы: «Описательная статистика. Среднее значение и размах» и может быть структурирована следующим образом:

Таблица 1 - Описательная статистика. Среднее значение и размах

<i>Ветви</i>	<i>Разветвление</i>
Введение в описательную статистику	Что такое статистика?
	Зачем нам нужна статистика в повседневной жизни?
Основные понятия темы	Среднее арифметическое.
	Размах.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Практические задания	Расчет среднего значения и размаха для классного теста.
	Анализ данных о погоде или спортивных результатах.
Визуализация	Создание диаграмм и графиков для представления среднего значения.
	Создание диаграмм и графиков для представления размаха.
Примеры из реальной жизни	Анализ результатов экзаменов.
	Исследование доходов населения.

Эта интеллект-карта может служить основой для более глубокого понимания описательной статистики и её практического применения в различных областях. Она также может быть использована для обучения учащихся анализу данных и развитию критического мышления в контексте статистической информации.

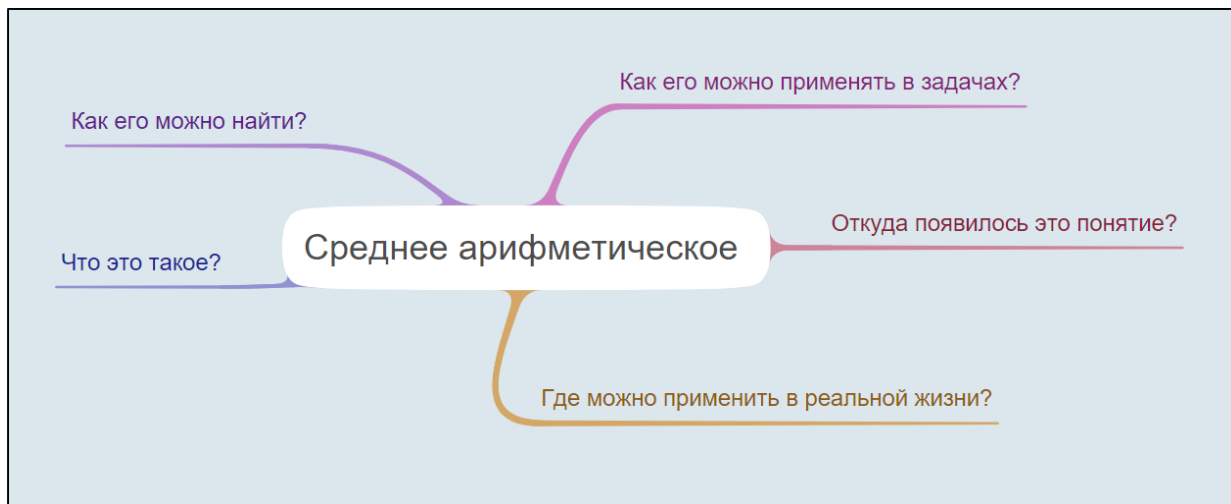


Рисунок 1 – Ментальная карта по теме: "Описательная статистика. Среднее значение и размах"

Карту можно составить как на листе бумаги, так и в специальных программах в сети Интернет. Данная карта была составлена с помощью сайта IOctopus.

Следующая разработка ментальной карты направлена на одно понятие. За основу взято понятие «Среднее арифметическое», так как мы рассматриваем это понятие на уровне 7 класса, можно выделить следующие несколько вопросов, которые будут являться ветвями, исходящими из выше указанного понятия.

Что это такое? Как его можно найти? Откуда появилось это понятие? Где встречается в реальной жизни? Как его можно применять в задачах? Данные вопросы актуальны для учеников, которые первый раз встретились с этим понятием. Для этого обратимся к Рисунок 2.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях*Рисунок 2 – Понятие "Среднее арифметическое"*

Следующей ступенью будут ответы на данные вопросы. Эти же ответы являются следующим ответвлением. Обратимся к Таблица 2.

Таблица 2. - Ветви интеллект карты к понятию "Среднее арифметическое"

Ветви (вопросы)	Разветвление (ответы)
Что это такое?	Средним арифметическим набора чисел называется число, равное отношению суммы чисел набора к их количеству.
	Другими словами, среднее арифметическое — это дробь, в числителе которой стоит сумма чисел, а в знаменателе их количество.
Как его можно найти?	Чтобы найти среднее арифметическое нескольких чисел, нужно сумму всех чисел разделить на их количество.
	$CA = \frac{\text{сумма всех чисел}}{\text{количество всех чисел}}$
Откуда появилось это понятие?	Понятие среднего арифметического впервые появилось в научных работах выдающегося астронома, физика и математика Иоганна Кеплера, то есть считается, что он ввел понятие среднего арифметического.
Где встречается в реальной жизни?	В нахождении среднего балла в школе.
	В нахождении средней температуры на улице.
	В измерении на медосмотре среднего роста мальчиков в 7 классе.
	В нахождении средней скорости, с которой вы едете на велосипеде.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Как его можно применять в задачах?	С помощью данного определения и формулы можно решать задачи на нахождение производства пшеницы за 2020 год и др..
------------------------------------	---

По итогу мы получаем интеллект карту составленную на одном понятии.



Рисунок 3. - Готова интеллект карта "Среднее арифметическое"

Для данной ментальной карты в качестве первичного закрепления знаний для учащихся можно предложить различные задания по работе с готовой картой.

В заключение можно сказать, что использование ментальных карт способствует превращению процесса обучения в увлекательное занятие, освобождая учеников от необходимости механического запоминания большого количества материала, который они плохо понимают. Обучая учащихся эффективному использованию своих когнитивных способностей, включая работу с ментальными картами, мы можем ускорить развитие их творческого и интеллектуального потенциала.

Литература

1. Бронникова Л. М. Методические аспекты использования ментальных карт при обобщении учебного материала (на примере темы «Теория вероятностей» в школьном курсе математики) / Л. М. Бронникова, Е. И. Майер. – Текст: электронный // Вестник алтайского государственного педагогического университета. – 2017. – №4. – С. 42-45. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32393000> (дата обращения 18.06.2024).
2. Бьюзен Т. Карты памяти. Используй свою память на 100 % / Т. Бьюзен, Сюзана Эббот. – Москва: Росмэн-Пресс. – 2007. – 96 с.
3. Гаршина Ю.П. Практика использования современных образовательных технологий на уроках общеобразовательных дисциплин в учреждениях среднего профессионального образования / Ю. П. Гаршина. – Текст: электронный // Научно-методический электронный журнал

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

«Концепт». – 2016. – Т. 46. – С. 90-94. – URL: <http://e-koncept.ru/2016/76387.htm> (дата обращения 20.04.2024).

4. Дронова Е.Н. Ментальные карты в учебном процессе: роль и основы разработки / Е.Н. Дронова. – Текст: электронный // Проблемы современного образования. – 2017. – №2. – С. 118-124. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mentalnye-karty-v-uchebnom-protsesse-rol-i-osnovy-razrabotki/viewer> (дата обращения 20.06.2024).

5. Евсеева Е.Г. Развитие методической компетентности учителя математики по проектированию обучения содержательной линии «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики» / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 56. – С. 63-72. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-63-72.

6. Зонова С. А. Методические аспекты использования ментальных карт в учебном процессе / С. А. Зонова, М. А. Лукачёва. – Текст: электронный // E-Scio. – 2020. – С. 1-10. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-aspekty-ispolzovaniya-mentalnyh-kart-v-uchebnom-protsesse/viewer> (дата обращения 21.04.2024).

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Быкова Анастасия

5 курс, Факультет математики
и информационных технологий,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: anastasia.bykovabelyaeva@yandex.ru

Руководитель: Евсеева Елена Геннадиевна

доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики и
методики преподавания математики,

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ПРОЕКТОВ В ОБУЧЕНИИ
МАТЕМАТИКЕ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ В УСЛОВИЯХ
ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ**

В Федеральных образовательных стандартах основного общего образования в требованиях к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования указано, что обучающиеся должны «уметь самостоятельно и мотивированно организовывать свою познавательную (в том числе проектную) деятельность». Также, там говорится, что образовательная организация должна создавать условия для участия обучающихся в проектной деятельности, причем в предметной и межпредметной [4].

Метод проектов в педагогике – это способ достижения дидактической цели через детальную разработку проблемы учащимися и педагогом, которая должна завершиться вполне реальным, осязаемым практическим результатом, оформленным тем или иным образом.

З. В. Торопова дает следующее определение проектной деятельности на уроке: «как форму учебно-познавательной активности школьников, заключающуюся в мотивационном достижении сознательно поставленной цели по составлению творческих проектов, обеспечивающую преемственность и единство разных сторон процесса обучения и являющуюся средством развития личности субъекта учения» [6, с. 113].

Е. И. Скафа отмечает, что проектная деятельность помогает обучающимся объединить теоретические знания с практикой, а творчество – с научным исследованием [5, с. 68].

М. А. Ушакова дает следующее определение метода проектов: «Одним из методов, который объединяет в себе проблемный подход с исследовательскими и поисковыми методами обучения, формируя у

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

обучающихся способность самостоятельно мыслить, добывать информацию и применять ее на практике, является метод проектов» [7].

К. К. Крбачян считает, что «назначение метода проектов – стимулировать интерес обучающихся к определенным проблемам, предполагающим владение определенной суммой знаний и через проектную деятельность, предусматривающую решение одной или целого ряда проблем, показать практическое применение полученных знаний» [3].

Цифровая образовательная среда охватывает широкий спектр цифровых образовательных ресурсов, таких как образовательные платформы, веб-сайты, педагогические блоги, а также разнообразные электронные методические материалы и учебные пособия. Ю.В. Абраменкова отмечает, что в цифровой образовательной среде обучающиеся и преподаватели могут получить доступ к актуальной информации, обучающим курсам, интерактивным учебным заданиям, а также средствам для организации эффективного дистанционного обучения и самообучения [1].

Одним из основных принципов использования метода проектов на уроках математики является индивидуализация образовательного процесса. Учитель должен учитывать интересы и потребности каждого обучающегося, а также учитывать уровень их математической подготовки. При создании проектов необходимо учитывать возможность использования цифровых технологий для их реализации, что позволяет сделать учебный процесс более интересным и понятным для учеников.

Важным преимуществом использования метода проектов в контексте цифровизации образования является то, что он может помочь развить навыки цифровой грамотности обучающихся. Цифровая грамотность – это возможность использовать цифровые инструменты и ресурсы для поиска, оценки и передачи информации. Работая над проектами, которые включают использование цифровых инструментов, обучающиеся могут развить свои навыки цифровой грамотности и стать более опытными в использовании технологий для обучения и решения проблем [2].

Еще одним преимуществом использования метода проектов в контексте цифровизации образования является то, что оно может помочь способствовать вовлечению и мотивации обучающихся. Цифровые инструменты и ресурсы могут сделать обучение математике более интерактивным, предоставляя обучающимся возможность изучать и экспериментировать с математическими концепциями на практике, работая над проектами, которые имеют отношение к их жизни и интересам,

В условиях цифровой образовательной среды, метод проектов может быть использован на уроках математики с использованием различных цифровых технологий, таких как интерактивные доски, программы для создания презентаций и видеороликов, онлайн-платформы для обмена информацией и обсуждения проектов.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Ниже представлены примеры разработок с применением метода проектов на уроках математики в основной школе с использованием цифровых инструментов.

Проект «Геометрия вокруг нас». Цель данного проекта: стимулировать интерес обучающихся к изучению геометрии через практическое применение знаний, показать связь между математикой и повседневной жизнью, обнаруживая геометрические фигуры в реальных объектах. Данный проект позволяет обучающимся исследовать различные геометрические фигуры, такие как круг, квадрат, треугольник а контексте реального мира. Обучающиеся будут активно применять их на практике, обнаруживая эти фигуры в окружающей среде.

В ходе работы над данным проектом обучающиеся будут исследовать окружающую среду в поисках разнообразных геометрических фигур. Они смогут фотографировать различные объекты, такие как здания, улицы, украшения и другие элементы, содержащие геометрические формы

Далее обучающиеся анализируют собранные фотографии, выделяя на них геометрические фигуры. Это можно сделать с помощью программы Photoshop или Paint. Они описывают свойства каждой фигуры, такие как количество сторон, углы, радиусы, диагонали и другие характеристики. На основе собранных данных обучающиеся создают презентации, в которой представляют найденные геометрические фигуры, их свойства, примеры использования в реальной жизни, и возможную практическую применимость. На рисунке 2 представлен слайд презентации, где проанализирована форма входа в здание SKY CITY на улице Артёма в г. Донецк (см. рис. 2).



Рисунок 1 – Пример слайда из презентации проекта «Геометрия вокруг нас»

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Проект «Управление бюджетом». Цель проекта: помочь обучающимся понять важность финансового планирования и управления бюджетом, подготовить обучающихся к самостоятельной финансовой ответственности и принятию осознанных финансовых решений.

Данный проект представляет возможность обучающимся использовать математические навыки для эффективного управления бюджетом семьи. В рамках этой разработки, учащиеся будут создавать бюджетный план, основываясь на своих математических знаниях, рассчитывать доходы, расходы, проценты, изучать основные понятия финансов, такие как долг и кредит, и представлять свой план в виде презентации или видеоролика.

Обучающиеся начнут с создания таблицы доходов и расходов, где определяют основные источники доходов и расходов семьи. Они вычислят ежемесячные доходы и расходы, а также сформируют бюджетный план на определенный период времени. Таблицу предложено сделать в программе Excel (см. рис. 2).

Обучающиеся применят математические навыки для расчета процентов, сумм кредитов, долгов, и других финансовых показателей, необходимых для составления бюджета, изучат основные принципы долго и кредита, с помощью учителя разберутся в понятиях процентов, погашения долгов, и влияния кредитования на финансовое положение семьи.

На заключительном этапе обучающиеся создадут презентацию или видеоролик, в котором представят свой бюджетный план, объяснят выбранные стратегии управления финансами и дадут рекомендации по оптимизации расходов.

C4		fx =C3-2500	
	A	B	C
1	Дата	Событие	
2	10.04.2024	Получил аванс	10500
3	12.04.2024	Оплата квитанции за свет	9000
4	13.04.2024	Сходил в магазин	6500
5			
6			
7			
8			

Рисунок 2 – Таблица Excel Для учета семейного бюджета

Проект «Математические загадки и головоломки». Цель проекта: углубить знания обучающихся в математике через решение интересных

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

задач и головоломок, развить логическое мышление, аналитические способности и умение работать в команде. Учащиеся смогут создать серии математических загадок и головоломок обучающимися для их одноклассников, будут разрабатывать интересные образовательные задачи по арифметике, геометрии, логике, которые помогут им и их одноклассникам применить и углубить свои знания в математике.

В ходе работы обучающиеся разрабатывают разнообразные математические задачи и загадки разной сложности, включая задания по арифметике, геометрии, логике, и другим математическим дисциплинам, исходя из уровня знаний обучающихся.

Обучающиеся могут использовать инструменты для создания веб-сайтов, чтобы опубликовать свои математические загадки и головоломки. На сайте будут доступны задания разной сложности, интерактивной формы для ввода ответов, и возможность проверки правильности решения. Также, задачи могут быть представлены в виде презентации PowerPoint в виде лабиринта или карты испытаний (см. рис. 3).



*Рисунок 3 – Слайда презентации проекта
«Математические загадки и головоломки»*

Обучающиеся протестируют свои задания на других учащихся и будут собирать обратную связь для улучшения задач и головоломок.

На завершающем этапе обучающиеся будут представлять свои математические загадки и головоломки остальным обучающимся на специальном мероприятии или рамках урока.

Проект «Фракталы вокруг нас». Цель проекта: показать обучающимся, как математика может быть вдохновением для творчества в

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

области искусства, развить творческие и математические способности обучающихся, позволяя им воплотить свои идеи в искусстве.

Обучающимся дается возможность исследовать взаимосвязь между математикой и искусством путем создания геометрических узоров, фракталов и других произведений, используя математические принципы. Обучающиеся смогут использовать специальные приложения и программы для создания и редактирования своих работ, объединяя математику и творчество.

В ходе работы над данным проектом обучающиеся знакомятся с основами геометрии фракталов, теории цвета и других математических принципов.

Обучающиеся начнут создавать свои произведения искусства, используя математические идеи. Они смогут создавать геометрические узоры, фракталы, абстрактные композиции с использованием математической точности (см. рис. 4).

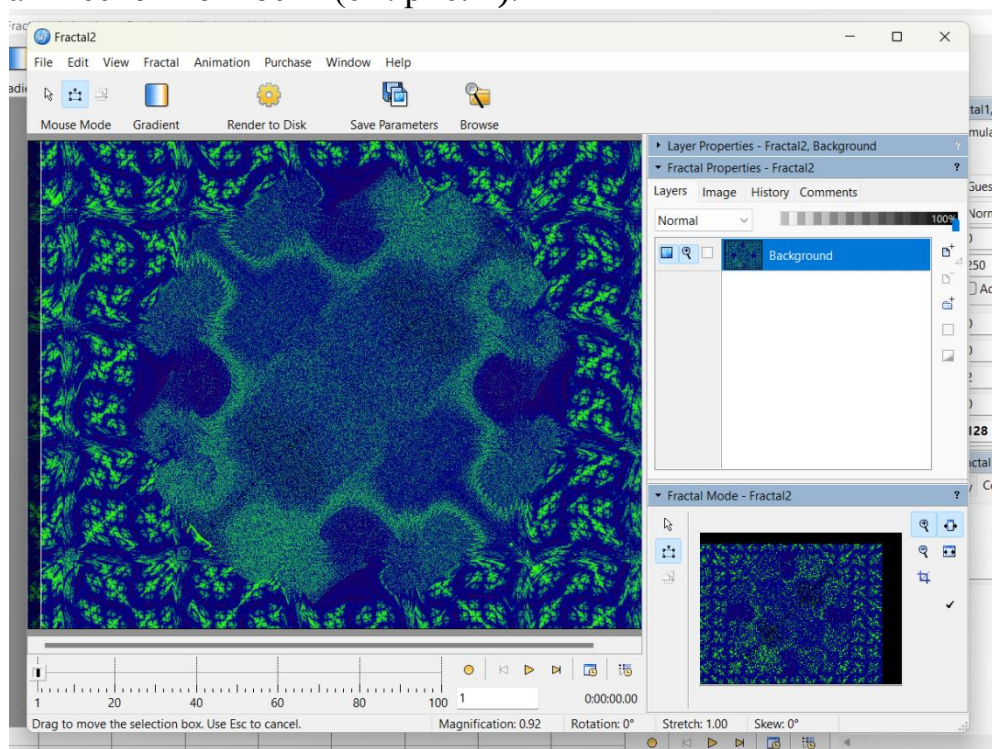


Рисунок 4 – Пример разработки фракталов с помощью программы Ultra Fractal 6.06

Обучающиеся могут использовать специализированные программы и приложения, такие как графические редакторы, приложения для создания фракталов и другие инструменты для воплощения своих идей в жизнь.

На завершающем этапе обучающиеся могут предоставить свои работы в виде выставки, презентации или онлайн-портфолио, где они смогут поделиться своим творческим процессом и идеями.

Проекта «Моделирование дизайна интерьера». Цель проекта: позволить обучающимся применить математические знания на практике для

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

решения реальных задач, развить навыки моделирования, анализа, планирования и оптимизации в контексте конкретных ситуаций.

Проект позволяет моделировать различные реальные ситуации, такие как построение модели дома с расчетом площадей комнат, определение распределения мест в кинотеатре или оптимизацию производственного процесса на примере изготовления предметов. Обучающиеся будут применять математические и логические навыки для анализа, планирования и оптимизации различных сценариев в реальном мире.

В ходе работы над данным проектом обучающиеся выберут конкретную реальную ситуацию для моделирования, такую как дизайн дома, комнаты, организация зрительских мест в кинотеатре или улучшение производственного процесса.

Обучающиеся создадут математическую модель выбранной ситуации, проведут расчеты, определяют параметры, учтут ограничения и требования. Данное можно выполнить с телефоне с помощью различных приложений: Remplanner, SketchUp, Sweet Home 3D, Астрон Дизайн и другие (см. рис. 5).

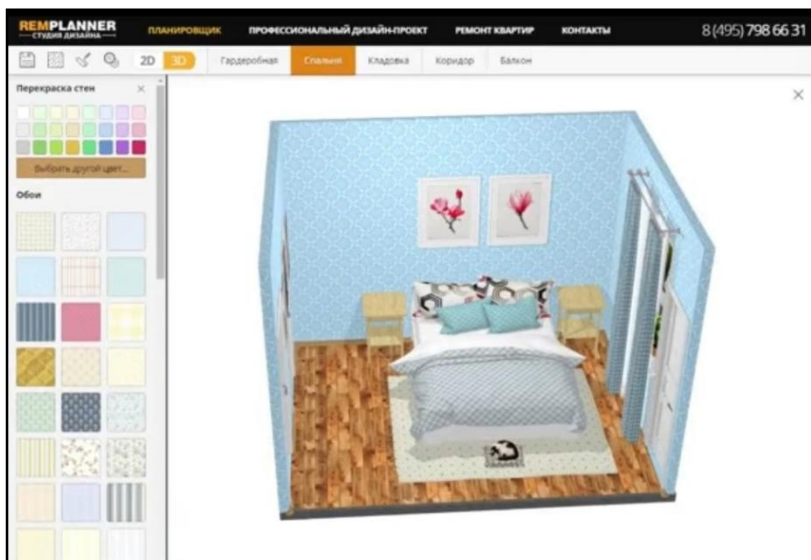


Рисунок 2.7 – Скрин приложения Remplanner с созданным интерьером

После построения модели, обучающиеся проанализируют полученные результаты, исследуют возможные варианты оптимизации, учитывая различные факторы и цели.

На последнем этапе проекта обучающиеся представят свои выводы, решения и рекомендации в форме презентации, отчета или демонстрации модели.

Таким образом, внедрение метода проектов на уроках математики в основной школе представляет собой эффективный подход, способствующий активному обучению и развитию ключевых навыков обучающихся. Он позволяет стимулировать интерес к предмету, интегрировать знания из различных областей математики и развивать

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

учебные компетенции, такие как сотрудничество, критическое мышление и проблемное решение. Этот метод также способствует практическому применению математических знаний и подготавливает обучающихся к реальным ситуациям в жизни и карьере.

Метод проектов, интегрированный с цифровыми технологиями, представляет собой мощный инструмент обучения, отвечающий психолого-педагогическим особенностям обучающихся основной школы и актуальным задачам современного образования.

Литература

1. Абраменкова, Ю. В. Проектирование урока математики в цифровой образовательной среде / Ю. В. Абраменкова, Д. А. Скворцова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 4(60). – С. 48-60. DOI: 10.24412/2079-9152-2023-60-48-60.

2. Гордеева, Е. В. Цифровизация в образовании / Е. В. Гордеева, Ш. Г. Мурадян, А. С. Жажоян // Экономика и бизнес: теория и практика. – 2021. – № 4-1. – С. 112-115.

3. Крбашян, К. К. Метод проектов на уроках математики / К. К. Крбашян // Материалы XX Международной научно-практической конференции «Современное образование: актуальные вопросы, достижения и инновации», Пенза, 25 сентября 2018 года. – Пенза : МЦНС «Наука и просвещение», 2018. – С. 77-79.

4. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении Федерального Государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 №64101). – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027> (дата обращения: 10.05.2024 г.).

5. Скафа, Е. И. Теоретико-методические основы формирования готовности будущего учителя математики к проектно-эвристической деятельности: монография / Е. И. Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2020. – 280 с. – EDN TAPRCJ. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=65279536> (дата обращения: 23.05.2024). – Режим доступа: НЭБ eLibrary.ru, для авторизов.пользователей. – Текст: электронный.

6. Торопова, З. В. Основные подходы к пониманию сущности понятий «Учебный проект», «Учебное проектирование», «Проектная деятельность школьников» / З. В. Торопова // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – №1 (32). – С. 111-114.

7. Ушакова, М. А. Реализация метода проектов на уроках математики / М. А. Ушакова, А. В. Неустроева // Наука и перспективы. – 2016. – №2. – С. 37-40.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Иванова Елизавета

4 курс, Физико-математический факультет,
УО «Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»
Минск, Республика Беларусь
e-mail: elizabeth.ivanova02@mail.ru

Руководитель: Пирютко Ольга Николаевна

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры математики и методики преподавания математики,
УО «Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»,
Минск, Республика Беларусь
e-mail: o.n.pirutka@gmail.com

**РАЗВИТИЕ МЕТОДИЧЕСКОЙ ТЕРМИНОЛОГИИ УЧИТЕЛЯ В
РАМКАХ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ
ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

Грамотность является неотъемлемой частью всеобщего образования. В то время, как некоторые профессиональные навыки доступны только определенной группе людей, грамотность как характеристика образования представляет собой уровень компетенций, которыми должны обладать все люди, независимо от своей профессии и возраста[3].

Функциональная грамотность – способность применять приобретённые знания, умения и навыки для решения жизненных задач в различных сферах, которая формируется при изучении школьных дисциплин с опорой на грамотность:

- в чтении – способность человека к пониманию письменных текстов и рефлексии на них, к использованию их содержания для достижения собственных целей, развития знаний и возможностей, для активного участия в жизни общества;

- в математике – способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину;

- в области естествознания – способность использовать естественно-научные знания для выделения в реальных ситуациях проблем, которые могут быть исследованы и решены с помощью научных методов для получения выводов, основанных на наблюдениях и экспериментах. Эти выводы необходимы для понимания окружающего мира и тех изменений, которые вносит в него деятельность человека [2].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Инвариантами функциональной грамотности являются математическая, читательская и естественно-научная. Другие компоненты, например, финансовая, гражданская и экологическая грамотности, становятся объектом внимания педагогического сообщества по мере их актуализации. Международные исследования о сформированности математической, читательской и естественно-научной грамотности учащихся проводятся систематически, исследования других видов грамотности – в зависимости от общественных интересов.

Результатом развития функциональной грамотности является овладение учащимися системой ключевых компетенций, позволяющих молодым людям эффективно применять усвоенные знания в практической ситуации и успешно использовать их в процессе социальной адаптации. Ключевые компетенции – это требования государства к качеству личности выпускника средней школы в виде результатов образования, заявленные в государственном стандарте и учебных программах.

Математическая грамотность учащихся направлена на развитие их математических умений и навыков, которые имеют практическую ценность в повседневной жизни, а также в их будущем образовании и профессиональном росте. Формирование математической грамотности на уроках математики требует правильного и ясного использования математической речи и методической терминологии.

Грамотная математическая речь существенно влияет на развитие мышления обучающихся, на их общую математическую культуру, содействует углублению понимания изучаемого материала. Точная методическая терминология учителя позволяет установить связь между задачами формирования математической грамотности и способами ее достижения. Низкий уровень сформированности культуры математической речи проявляется в неумении устанавливать отношения между содержанием математического факта и его внешним выражением, в неумении понять или выразить содержащуюся в том или ином предложении информацию.

Результаты исследования, касающегося анализа ответов учащихся 8-ых классов на уроках математики ГУО «Гимназия №75 г. Минска имени Масленикова П.В.», свидетельствуют о том, что во многих случаях обучающиеся не умеют излагать свои мысли связно, грамотно, логично, грамматически неверно строят предложения, не умеют правильно оформлять записи, допускают большое число ошибок, неточностей в написании и произнесении математических терминов.

Математическая грамотность тесно связана с правильностью методической терминологии. Одним из актуальных вопросов в методическом контексте является употребление слов «закрепить» или «закрепление» при освоении новой темы и выполнении домашнего задания.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Рассмотрим определения этих терминов в различных научных областях.

В *толковом словаре Ушакова* слово «закрепить» имеет следующее определение: сделать крепким, укрепить, скрепить; твердить, укрепить за кем-нибудь право на получение чего-нибудь, обеспечить что-нибудь за кем-чем-нибудь; прикрепить кого-нибудь к какому-нибудь учреждению[1].

Определение понятия «закрепление» в *психологии* описывает его как термин физиологии: закрепление выработанного условного рефлекса[1].

В *методическом контексте* понятие «закрепить» или «закрепление» имеет несколько значений:

- деятельность преподавателя, осуществляемая на всех этапах обучения, направлена на обеспечение прочности усвоенных знаний и умение применить их на практике;
- прием обучения, имеющий целью повторение пройденного материала[1].

В словаре Ушакова и некоторых других не содержатся термины, соответствующие стандартам математической речи или педагогической деятельности. Такие словари ориентированы на общие значения слов и их употреблении в широком контексте. Однако, в контексте создания специализированных или профессиональных словарей, понятие «закрепить» приобрело измененное значение, которое отклоняется от его первоначального понимания. Это может вводить в заблуждение обучающихся при использовании методической терминологии учителем. Поэтому при формировании математических понятий в методическом контексте рекомендуется использовать термины, которые точнее отражают требуемые значения и соответствуют установленным стандартам.

Возможными альтернативами «закрепить», «закрепление» могут быть слова «освоить», «изучить», «овладеть», которые точнее передают необходимость требуемого действия в методическом контексте.

Рассмотрим определение слова «освоить».

В *словаре Ушакова* оно исходно трактовалось следующим образом: «вполне овладеть чем-нибудь, научившись пользоваться, распоряжаться, обрабатывать» [1]. Такое определение термина представляет собой процесс формирования основных компетенций учащихся в рамках функциональной грамотности – освоение новых знаний, умений, навыков и способов деятельности.

В *словаре синонимов* приводится список синонимов для понятия «освоить», включающий такие варианты, как «изучить», «постигнуть», «овладеть», «усвоить», «превзойти».

Педагогические словари также содержат соответствующее определение, указывая на процесс изучения: «в процессе изучения чего-либо, знакомства с чем-либо, приобрести какие-либо знания, постичь что-либо; усвоить» [1].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Слово «закрепить» обычно ассоциируется с повторением и укреплением уже изученного материала. Однако, если поставить задачу «закрепить» материал, то это может привести к механическому повторению без глубокого понимания и освоения математических концепций.

Слово «освоить», напротив, подразумевает не только повторение, но и полное понимание материала, умение применять полученные знания в различных контекстах и решать задачи самостоятельно. Постановка задачи «освоить» ставит перед учащимися более высокие требования и стимулирует их к самостоятельному мышлению, анализу, синтезу и решению заданий.

Задача «закрепить» может мешать формированию математической культуры учащихся, так как она ограничивает их возможности развивать критическое мышление, логическое мышление, аналитические способности и творческий подход к решению задач. Учащиеся могут просто механически повторять материал, не задумываясь о его смысле и применении.

Например, при изучении формул тригонометрии, «закрепить» - выучить наизусть, зазубрить формулы, а «освоить» – не только правильно назвать формулу, но и знать, из каких соображений она получена, для каких задач она используется рационально, какое место занимает в системе знаний по тригонометрии.

Важно ставить перед учащимися задачи «освоить» математический материал, чтобы они могли глубже понять его суть, научиться применять знания на практике и развивать свои математические навыки.

Следовательно, слово «освоить» является наиболее приемлемым и соответствующим смыслу обучения для использования в методической терминологии учителем. Учитель может использовать этот термин, при постановке целей и задач обучения на конкретном уроке: освоить новую тему, новые знания и навыки, новые приемы и т.д. Грамотное использование математических терминов, которые ясно и точно отражают методические закономерности формирования знаний обучающихся, позволят избежать ошибок при постановке целей обучения, организации процесса обучения.

Литература

1. Толковый словарь русского языка: в 4 т. / редаккол.: Д. Ушакова. – Москва: Гос. ин-т «Сов. энцикл.»; ОГИЗ, 1935-1940. – Т. 4.
2. Курилович, Н.В. Функциональная грамотность как социальный феномен / Н.В. Курилович // Женщины-ученые Беларуси и Польши : материалы международной научно-практической конференции , Минск, 26 марта 2020 г. / Белорусский государственный университет ; редкол.: И.В. Казакова, И.В.Олюнина. – Минск, 2020. – С. 86-89.
3. Функциональная грамотность проблема высшего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://pravmisl.ru/index.php> – Дата доступа: 17.03.2024.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Козловская Ева

4 курс, Физико-математический факультет,
Белорусский государственный педагогический
университет имени Максима Танка,
г. Минск, Республика Беларусь
e-mail: evakozlovskaya03@gmail.com

Руководитель: Пирютко Ольга Николаевна

кандидат педагогических наук,
доцент кафедры математики и методики преподавания математики,
Белорусский государственный педагогический
университет имени Максима Танка,
г. Минск, Республика Беларусь
e-mail: o.n.pirutka@gmail.com

**АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ НА
НАХОЖДЕНИЕ УГЛА МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ**

Решение задач алгоритмическим способом в стереометрии требует использования математических методов, алгоритмов поиска, оптимизации и анализа данных.

Изучение алгоритмического подхода при решении задач в стереометрии способствует развитию у учащихся навыков разработки и реализации алгоритмов, анализа сложных трехмерных структур, работы с трехмерными данными [2, с.257-259].

Модель изучения понятия и свойств угла между плоскостями

1. Формируются понятия двугранного угла, линейного угла двугранного угла; угла между плоскостями.
2. Формулируются теоремы, на основании которых конструируются методы вычисления двугранного угла, например,

Теорема 1. Угол между пересекающимися плоскостями (α и β) равен углу между ($l_\alpha \perp \alpha$, $l_\beta \perp \beta$) перпендикулярами к плоскостям.

Теорема 2 Угол между пересекающимися плоскостями (α и β) равен углу между наклонной и проекцией, если наклонная лежит в одной плоскости, а ее проекция- в другой.

3. Формируются алгоритмы определения угла между плоскостями.
4. Рассматривается система задач на выбор и применение алгоритмов.

Рассмотрим решение задачи, иллюстрирующее процесс анализа выбора алгоритма, как прием поиска рационального решения задачи на отыскание угла между плоскостями [1, с.125- 130].

Задача. На ребре CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка K – середина этого ребра. Найти угол, который образует плоскость BDK с плоскостью $AB_1 C_1$ (рис.1).

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

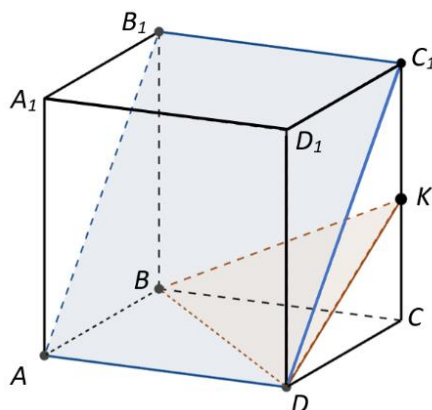


Рисунок 1 – Прямоугольная призма

В задаче необходимо найти угол между двумя плоскостями. Рассмотрим алгоритмы нахождения угла между плоскостями.

Алгоритм 1 (нахождение угла между плоскостями через построение линейного угла наименьшего из двугранных углов, образованных этими плоскостями)

- 1) Найти линию пересечения плоскостей.
- 2) Выбрать точку на полученной прямой.
- 3) Через выбранную точку провести перпендикуляры в плоскостях к их линии пересечения.
- 4) Угол между перпендикулярами будет равен углу между плоскостями.

Алгоритм 2 (нахождение угла между плоскостями через вычисление угла между перпендикулярами к плоскостям)

- 1) Найти две прямые, перпендикулярные каждой из двух плоскостей.
- 2) Найти угол между этими прямыми.

Алгоритм 3 (нахождение угла между плоскостями через отношение площадей фигур)

- 1) Выбрать многоугольник в одной из плоскостей.
- 2) Найти проекцию этого многоугольника на вторую плоскость.
- 3) Найти площади многоугольников.
- 4) Найти косинус угла между плоскостями – отношение площадей.

Алгоритм 4 (координатный метод) (рис.6)

- 1) Задать систему координат $Oxyz$.
- 2) Найти координаты трех точек, которые соответствуют каждой из плоскостей.
- 3) Составить уравнение заданных плоскостей ($Ax + By + Cz + D = 0$).
- 4) Найти координаты двух нормальных векторов этих плоскостей.
- 5) Найти угол между векторами, используя скалярное произведение векторов.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Рассмотрим применение первого алгоритма для решения данной задачи. При выполнении первого пункта алгоритма получим, что линия пересечения плоскостей находится за пределами куба (рис.2).

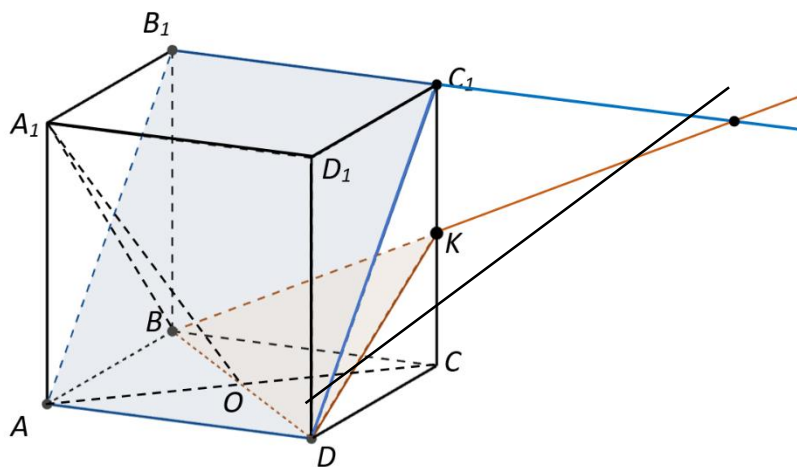


Рисунок 2 – Выполнение пункта 1, алгоритм 1

Проведение перпендикуляров в плоскостях к их линии пересечения будет затруднительно.

Рассмотрим применение второго алгоритма.

Первым шагом найдём прямые, перпендикулярные плоскостям BDK , AB_1C_1 . Для плоскости AB_1C_1 найти перпендикуляр по ключевой задаче: диагональ грани куба перпендикулярна плоскости, проходящей через другую диагональ этой грани. Следовательно, перпендикуляром к плоскости AB_1C_1 является A_1B (рис.3). Для того чтобы построить перпендикуляр к плоскости BDK , построить вторую диагональ AC в нижней грани куба и провести плоскость, перпендикулярную этой диагонали AA_1C_1C , найти линию пересечения OK . Рассмотрим дополнительный чертеж плоскости AA_1C_1C (рис.3).

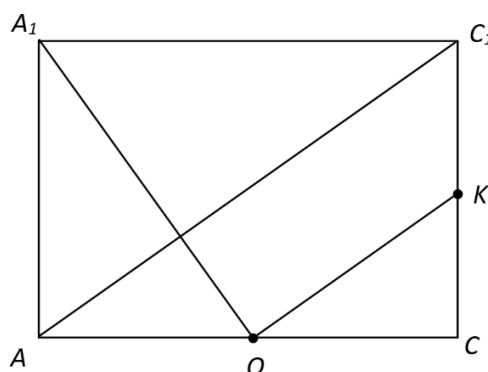


Рисунок 3 – Дополнительный чертёж плоскости AA_1C_1C

Так как A_1O перпендикулярна диагонали AC_1 , а AC_1 параллельна OK , следовательно A_1O является перпендикуляром OK , и перпендикуляром к плоскости BDK .

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Построены перпендикуляры к плоскостям BDK и AB_1C_1 . Получим, что $A_1O \perp (BDK)$, $A_1B \perp (AB_1C_1)$ (рис. 4).

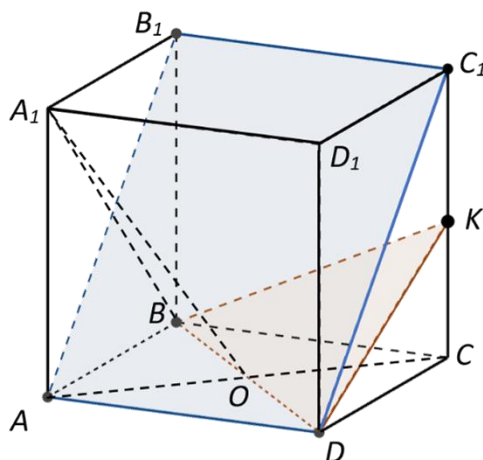


Рисунок 4 – Построение перпендикуляров к плоскостям

Найдем угол между прямыми A_1O и A_1B . Очевидно, что перпендикулярами равен 30° , а, следовательно, и угол между плоскостями BDK и AB_1C_1 равен 30° .

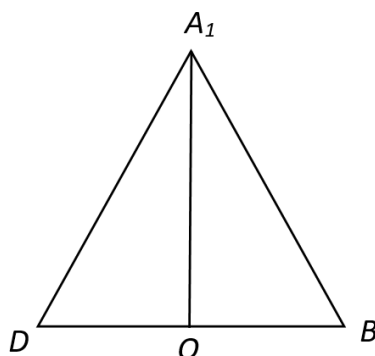


Рисунок 5 – дополнительный чертёж сечения A_1DB

Применение алгоритма 3 вызывает затруднения на этапе поиска проекции многоугольника на вторую плоскость, а также при вычислении площадей многоугольников. Поэтому применение этого алгоритма для данной задачи приводит к громоздкому и нерациональному решению.

Алгоритм 4 не рассматривается в школьной программе для базовых классов. Приведем краткое решение задачи по этому алгоритму (рис. 6).

$$\left. \begin{array}{l} B_1(0;0;1), c+d=0 \\ A(1;0;0), a+d=0 \\ D(1;1;0), a+b+d=0 \end{array} \right\} x+z=1 - \text{уравнение плоскости } B_1AD$$

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

$$\left. \begin{array}{l} D(1;1;0), d=0 \\ B(0;0;0), a=-b \\ K(0;1;1/2), b=-1/2 c \end{array} \right\} 2x-2y+z=0 \text{ – уравнение плоскости } BDK$$

Получим: $\vec{n}_1(1;0;1), \vec{n}_2(1/2;-1/2;1)$

$\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) = \frac{3/2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда следует, что угол равен 30°

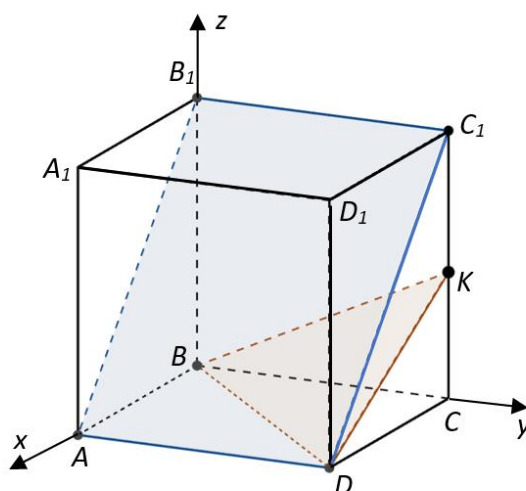


Рисунок 6 – Итоговое построение

Умение формулировать и применять алгоритмы, изменять их для решения заданий в различных измененных ситуациях, понимание значимости каждого шага алгоритма важно для развития математического мышления, полноты аргументации при формировании математических знаний, умений, навыков.

Применение алгоритмов учащимися развивает устную и письменную речь учащихся, а также мыслительную деятельность в такой мере, что они переходят к более сложным умениям — самостоятельному составлению новых алгоритмов, что свидетельствует о включении учащихся в познавательную деятельность.

Литература

1. Пирютко О.Н. 60 уроков стереометрии. 10. / О.Н. Пирютко, А.А. Черняк, И.Г. Арефьева – Минск : Народная асвета, 2022. –167 с.
2. Пирютко, О.Н. «Методика преподавания математики учебное пособие для студентов, магистрантов, учителей / О.Н. Пирютко. – Минск: Народная асвета. 2023. – 304 с.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Полупанов Владислав

4 курс, Факультет математики и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: vlad.polupanov.03@mail.ru

Руководитель: Скафа Елена Ивановна

доктор педагогических наук, профессор,
заведующий кафедрой высшей математики
и методики преподавания математики

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

e-mail: e.i.skafa@mail.ru

**ОСОБЕННОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТНОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ШКОЛЬНИКОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ
ПЛАНИМЕТРИИ**

Современное общество остро нуждается в нестандартно мыслящих и творческих личностях. Необходимы люди, которые смогут самостоятельно конструировать, планировать и оценивать различные процессы и явления. Таким образом, на школу возлагается ответственность за подготовку таких людей. Для этого нужно применять различные современные образовательные технологии, которые направлены на формирование и развитие требуемых умений. Метод проектов является одним из таких методов.

Метод проектов разработан американским педагогом и философом Джоном Дьюи и его учеником У. Х. Килпатриком в начале XX века. Затем он получил распространение в различных странах, в том числе и в России. Метод проектов – это метод, предполагающий достижение дидактических целей через детальную разработку проблемы, которая должна завершиться практическим результатом, оформленным тем или иным образом [4]. Метод проектов направлен на творческую самостоятельную деятельность (групповую, парную или индивидуальную), которую осуществляется на протяжении определённого временного отрезка. Этот метод в значительной степени благоприятствует развитию интереса учеников к изучаемому предмету, к дополнительным источникам знаний и информации по предмету, в сравнении, в наблюдении, в умении делать выводы по результатам проделанной работы. Метод формирует творческий и поисковый тип познавательной деятельности.

Проектная деятельность – это осознанная, обоснованная и спланированная деятельность, направленная на формирование у школьников определенной системы интеллектуальных и практических умений. Результат учебно-познавательной деятельности,

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

осуществляемой в рамках работы над проектом, имеет не только практическое или теоретическое значение, но и личностно-социальные смыслы. В процессе решения проблемы происходит приобретение новой информации и её интеграция в систему уже накопленных знаний и умений, полученных в рамках не только одного предмета, но и всех дисциплин [3].

Важен и этап подготовки к реализации проектной деятельности учащихся. Так, предварительное внедрение виртуальных тренажеров обучения решению геометрических задач для образовательных организаций среднего общего образования, построенных на основе использования эвристических приемов, методов и средств обучения, позволяет добиться таких дидактических целей как: усвоение обучающимися математических знаний, необходимых в геометрическом образовании для математического описания геометрических объектов и процессов; формирование у обучающихся умений и навыков по использованию визуальных моделей; овладение школьниками приемами имитационного моделирования, позволяющими исследовать сложные геометрические процессы и явления в реальном времени при поиске различных вариантов решения одной и той же задачи; формирование у обучающихся творческого мышления, математических способностей, развитие интереса к исследованию математических задач и их решению, что особенно важно для метода проектов. И все это дает не только мощную теоретическую и практическую базу, но и примеры инструментов, которые можно использовать учащимся при выполнении собственного проекта [8].

Педагог, руководящий проектной деятельностью обучающихся по геометрии должен:

- 1) чётко определить для себя главную проблему и частные задачи проекта, а также возможные гипотезы их решения;
- 2) определить, какие знания, умения, навыки из ранее приобретённых пригодятся обучающимся при работе над проектом;
- 3) определить, какие новые образовательные компетенции, знания, умения, навыки должны они приобрести в ходе работы над проектом;
- 4) определить, что им может понадобиться для успешного выполнения проектной работы (приборы, инструменты, источники информации, а, возможно, и готовая информация);
- 5) выяснить, какими методами предположительно обучающиеся могут воспользоваться, и какая при этом им может потребоваться помощь (беседы, работа с документами, поиск информации в интернете, анкетирование) [6].

Педагог должен продумать весь ход работы над проектом. Ни саму проблему, ни гипотезы, ни методы исследования творческой, поисковой деятельности он не должен давать ученикам в готовом виде. Педагог

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

лишь создает условия, ненавязчиво направляет мысль обучающихся в нужное русло. Но если обучающиеся высказывают собственные суждения, отличные от мнения педагога и даже, более того, явно ошибочные с его точки зрения, он ни в коем случае не навязывает им своего мнения. В этом суть проектной деятельности. Обучающиеся сами должны прийти к выводу о правомерности выдвинутых гипотез, проблем или их ошибочности, но при этом они должны подтвердить свою точку зрения аргументами, доказательствами, фактами. Педагог умело направляет активность обучающихся в нужное русло, используя интерактивные методы и технологии, такие, как «мозговой штурм», организационно-деятельностная игра, различные виды дискуссии, коллективная творческая деятельность, различные виды тимбилдинга, квесты, метод ситуационного анализа, технологии развития эмоционального интеллекта, приемы и технологии развития критического мышления и т.д. Он постоянно создает ситуации, направленные на развитие рефлексивных навыков обучающихся (например, используя кейс-технологию), причем, это касается любой общеобразовательной дисциплины, он ориентируется на индивидуально-психологические особенности обучающихся и оказывает адресную помощь [7].

Степень участия педагога в проектной работе варьируется в зависимости от особенностей обучающегося. Одним он оказывает организующую и мотивирующую помощь на всех этапах проекта; стараясь поддержать самостоятельную работу, стимулирует создание ситуаций успеха. Для других обучающихся помощь необходима в отдельных, критических ситуациях. В старших классах обучающиеся, как правило, уже нуждаются в минимальном участии педагога. Таким образом, педагогическое мастерство учителя, классного руководителя будет заключаться в том, чтобы поддерживать самостоятельность обучающихся и в то же время ненавязчиво контролировать их работу.

Весь процесс включения обучающихся в проектную деятельность можно разделить на ряд этапов, стадий, определяемых во времени и в конкретных результатах. Алгоритм управления проектной деятельностью обучающихся весьма напоминает традиционную структуру управленческой деятельности: диагностика, целеполагание, планирование, проектирование, прогнозирование, организация, руководство, контроль, коррекция при необходимости, плюс стимулирование собственной активности обучающихся на каждом этапе. Важным становится обучение школьников эффективному тайм-менеджменту, что позволит рационально распределять усилия на всех этапах работы и следовать намеченному плану [6].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Н.Ю. Пахомова выделяет четыре этапа работы над проектом: погружение в проект, организация деятельности, осуществление деятельности, презентация результатов.

На первом этапе формулируется проблема проекта, цель и задачи; на втором этапе происходит разделение учащихся на группы, распределение ролей в группе, планирование работы, выбор формы и способа презентации результатов проекта. На третьем этапе ученики работают самостоятельно, подготавливают презентацию результатов, учитель по необходимости консультирует учащихся. На четвертом этапе ученики демонстрируют понимание проблемы, цели и задач; умение планировать и осуществлять работу; найденный способ решения проблемы; рефлексию деятельности и результата; дают взаимооценку деятельности и ее результативности. Учитель на завершающем этапе обобщает и резюмирует полученные результаты; подводит итоги обучения; оценивает умения: общаться, слушать, обосновывать свое мнение; акцентирует внимание на умении работать в группе на общий результат [2].

Весьма важный вопрос – оценка выполненных проектов, она должна носить стимулирующий характер. Школьников, добившихся особых результатов в выполнении проекта, можно отметить дипломами или памятным подарками. При этом поощрён должен быть каждый участник проекта. Не следует превращать презентацию в соревнование проектов с присуждением мест. Лучше выделить несколько номинаций и постараться сделать так, чтобы каждый проект «победил» в какой-либо номинации (например, «Познавательный проект», «Нужный проект», «Памятный проект», «Красочный проект», «Весёлый проект», «Оригинальный проект» и др.). Помимо личных наград можно предложить общий приз всему классу за успешное завершение проектов. Это может быть чаепитие, поход в театр (на выставку, в музей), пикник и т. п. [1].

Для учителя математики наиболее привлекательным в данном методе является то, что в процессе работы над учебным проектом у школьников:

- появляется возможность осуществления приблизительных, «прикидочных» действий, не оцениваемых немедленно строгим контролёром – учителем;
- зарождаются основы системного мышления;
- формируются навыки выдвижения гипотез, формулирования проблем, поиска аргументов;
- развиваются творческие способности, воображение и фантазия;
- воспитываются целеустремленность и организованность, расчетливость и предприимчивость, способность ориентироваться в ситуации неопределенности.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Кроме того, в процессе выполнения проекта происходит естественное обучение совместным интеллектуальным действиям [5].

В проектной деятельности школьников учитель играет особую роль – он становится организатором познавательной деятельности своих учеников, независимым консультантом и помощником своих учеников.

Литература

1. Горев, П. М. Учебное видео как форма проектной деятельности учащихся при изучении школьного курса геометрии / П. М. Горев, О. В. Саяпова // Концепт: научно-методический электронный журнал официального сайта эвристических олимпиад «Совёнок» и «Прорыв». – 4 квартал 2011, ART 11-4-03. – Киров, 2011 г. – URL: <http://www.covenok.ru/koncept/2011/11403.htm>. – Гос. рег. Эл № ФС 77-46214.

2. Жигачева, Н. А. Развитие универсальных учебных действий учащихся в процессе обучения геометрии с использованием метода проектов / Н. А. Жигачева // Международный научный журнал «Символ науки». – 2015. – № 10. – С. 160-162.

3. Использование метода проектов на начальном этапе изучения геометрии // ProblemsPedagogy : сайт. – URL: <https://problemspedagogy.ru/images/PDF/2016/18/ispolzovanie-metoda-proektov.pdf> (дата обращения: 12.05.2024).

4. Метод проектов // Studylib : сайт. – URL: <https://studylib.ru/doc/854729/metod-proektov> (дата обращения: 19.06.2024)

5. Организация проектной деятельности учащихся при изучении геометрии // Урок.пф : сайт. – URL: https://урок.пф/library/organizatciya_proektnoj_deyatelnosti_uchashihsya_pri_iz_234500.html (дата обращения: 08.05.2024).

6. Романова, Г.А. Этапы руководства проектной деятельностью обучающихся / Г.А.Романова. – Москва : Педагогика – С. 244-247.

7. Романова, Г.А. Психолого-педагогические основы руководства проектной деятельностью обучающихся / Г.А. Романова // Инновационные проекты и программы в образовании. – 2018. – № 4. – С. 39-43.

8. Скафа, Е.И. Виртуальные тренажеры обучения решению планиметрических задач / Е.И. Скафа, А.А. Ганжа // Дидактика математики: проблемы и исследования: Междунар. сборник научных работ. – 2022. – Вып. 56. – С. 81-86. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-87-92.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Полупанова Елизавета

4 курс, Факультет математики и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: lizza.anatolevna@gmail.com

Руководитель: Селякова Людмила Ивановна

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия
e-mail: l.seliakova@mail.ru

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ В
ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ: СУЩНОСТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И
МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ**

Современное образование активно обращается к понятиям «метапредметность» и «метапредметное обучение». Это объясняется тем, что метапредметный подход лежит в основе новых образовательных стандартов.

Понятия – первооснова в научном познании, в частности, в изучении математических дисциплин. Формирование понятийного аппарата у школьника дает базу к изучению дисциплины, а не просто заучиванию с полным отсутствием понимания, что чревато падением общего уровня образования. Работа над усвоением понятия – это основополагающий и сложный для обучающегося вид теоретической деятельности. Но о «метапредметных понятиях» исследований почти нет, поэтому стоит разобраться с тем, что это такое, ведь не зная, с чем мы работаем невозможно об этом говорить.

С точки зрения философии понятие понимается как мысль, выделяющая из некоторой предметной области и собирающая в класс (обобщающая) объекты посредством указания на их общий и отличительный признак [4]. Также понятие раскрывают следующим образом: одна из форм отражения мира на рациональной ступени познания; иначе – мысль, выделяющая из некоторой предметной области и собирающая в класс (обобщающая) объекты посредством указания на их общий и отличительный признак» [2].

Проанализировав термин, приходим к наиболее точной формулировке о том, что понятие – это форма научного знания, в которой раскрывается сущность познаваемых предметов и явлений, и которая выражается в виде законов, правил, выводов и других теоретических обобщений

Определившись с наиболее емкими, по нашему мнению, толкованием «понятия», которое составляет основу понятийного аппарата школьника, нужно проанализировать толкования «метапредметного понятия».

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Достижение метапредметных результатов учащимися становится актуальным направлением в современной дидактике и отмечается в примерной основной образовательной программе, а также в федеральных рабочих программах.

ФГОС среднего общего образования представляет метапредметные результаты следующим образом: «В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы метапредметные результаты, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями» [11]. И именно к познавательным учебным действиям относятся следующие: «выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий», что и является основой всякого обучения [11].

Метапредметные результаты подразумевают усвоение общеучебных навыков с учетом индивидуальных способностей учащихся, освоение умственных действий, направленных на самоанализ и саморегуляцию деятельности, формирование коммуникативных умений для сотрудничества и конструктивного общения и т. д. [8]. Отдельно выделяют четыре метапредметных понятия, необходимых для освоения программы. Это – «координаты», «преобразования», «движение», «фигура» [8]. Исходя из написанного в программах, возникает закономерный вопрос – являются ли «метапредметные» и «межпредметные» равносильными друг другу?

Изучение феномена метапредметности базируется на исследованиях педагогов и дидактов. Обратимся к характеристике таких терминов, как «метапредметность», «метапредметное содержание» и «метапредметная деятельность».

Приставка меж прибавляется к слову, когда она указывает на то, что какое-то действие происходит между двумя и более объектами [1]. В то время как приставка «мета-» означает то, что стоит «за», «после», «вслед», «над», и используется для обозначения таких систем, которые служат для описания или исследования других систем [12].

«Мета» как часть сложных слов, имеет значение: вслед за метафизикой, описывающей принципы, на которых основана физика, приставка «мета» стала означать более высокий уровень обобщения, универсальности, интегральности, – «то, что следует после физики» [13].

С.А. Кузнецовым отмечено, что данный префикс обозначает уровень описания какого-либо объекта или системы высшего по отношению к предыдущему описанию, так называемого «описание описания». Так же в словаре даётся и такая трактовка, как выход за пределы [5].

В современной философии и науке понятие «мета-» играет ключевую роль в понимании сущности и особенностей изучаемых явлений. Такой подход позволяет рассматривать не только сам объект исследования, но и

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

контекст, в котором он функционирует. Использование приставки «мета-» помогает перейти от поверхностного описания к более глубокому пониманию.

Таким образом, использование приставки «мета-» в современной науке и философии является не просто модным трендом, а неотъемлемой частью процесса познания и постижения окружающего мира.

По мнению авторов А. Ю. Лазебниковой и Т. В. Коваль, содержательная сторона метапредметности строится, в первую очередь, вокруг так называемых межпредметных понятий; задачи состоят в том, чтобы выявить эти понятия, а также в том, чтобы разработать рекомендации по формированию таких понятий [56]. Согласно формулировке автора, М. А. Крючковой, метапредметные понятия отражают законы, закономерности, связи, отношения, системные конструкции, объективно существующие в природе и открытые человеческим разумом, они разработаны когнитивно и имеют социальную природу [3].

В дальнейшем будем придерживаться определения, согласно которому метапредметное математическое понятие – это такое математическое понятие, которое возникает без привязки к определенной математической дисциплине, обобщает признаки и свойства процессов, объектов или явлений, характерных для многих математических дисциплин, применяется во всех, или почти во всех, математических дисциплинах, и определение которого не зависит от контекста его применения в конкретной дисциплине [9].

Исходя из этой формулировки, проанализируем содержание обучения математике в основной школе, чтобы выделить математические метапредметные понятия.

Итак, обучающемуся 5-6 классов нужно оперировать на базовом уровне понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство [8].

Проанализировав программу учебной дисциплины «Математика» можем говорить, что основные её положения позволяют формировать некоторые метапредметные математические понятия, ведь именно она влияет на все последующее изучение математического цикла в школе, а значит является фундаментальной в формировании начального уровня математической подготовки школьника. А таким понятиям как «числа», «равенства», «неравенства», «множество» посвящены отдельные темы, что дает возможности для формирования указанных математических метапредметных понятий, которые и являются тем фундаментом, на котором основано содержание изучаемого материала [11].

Проанализировав программу учебной дисциплины «Алгебра» можем говорить, что к метапредметным понятиям относятся «равенство», «неравенство», «множество», «отношение» и др. Геометрия также содержит в

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

себе надпредметные понятия, понимание которых важно в жизни человека. К ним, на наш взгляд, относятся: «координаты», «фигура» и др.

Приведенные понятия носят надпредметный характер, а также не имеют привязки к определенной математической дисциплине, обобщают признаки и свойства процессов, объектов или явлений, характерных для многих математических дисциплин, применяется во всех, или почти во всех, математических дисциплинах, и их определения не зависят от контекста применения в конкретной дисциплине.

Следующий этап исследования – разработка методики формирования метапредметных математических понятий в основной школе. Считаем, что применение такого подхода к обучению может влиять на целостность восприятия школьниками окружающего мира, более глубокое понимание математики как науки и лучшую подготовку к дальнейшему обучению и возможной научной деятельности.

В своих исследованиях по вопросам формирования математических понятий Е.И. Скафа выделяет четыре основных этапа [10]:

- 1) пропедевтический этап – подготовка к формализации (мотивация введения понятия);
- 2) этап раскрытия содержания понятия и создания представления о его объеме, а также усвоение терминологии и символики;
- 3) этап обучения понятию в простейших типичных ситуациях;
- 4) этап включения понятия в систему содержательных связей с другими понятиями.

Рассмотрим способ образования понятия у школьников, предлагаемый педагогами на одной из международных конференций по улучшению качества образования. В понимании составителей, не должно быть простой передачей информации о сути понятия учителем или же объяснением ученикам его содержания. Также оно не должно быть обычным заучиванием учащимися представленных в учебнике понятий в «готовом» виде, и его последующим воспроизведением «по памяти» на уроке [7].

Нельзя не согласиться с этим, ведь простое и бессмысленное заучивание строк без понимания их смысла – это пустая трата времени, которая не принесет учащимся никакой пользы в их жизни, ведь знания такого рода не остаются в сознании надолго.

Для них это должно быть познавательной деятельностью всех учащихся в классе, организованной методом системного анализа, по:

- исследованию одного или нескольких определений усваиваемого понятия, заданных в учебнике или дополнительных справочных материалах;
- выделению в них всех существенных признаков;
- дифференцировке признаков на родовые и видовые;
- определению системообразующих связей между ними.

И так на основе отобранных признаков, а также связей между этими признаками учащийся создает структуру понятия, после чего наполняет её

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

содержанием. Таким образом происходит, условно говоря, «переструктурирование» учащимся исходного предложенного понятия, а также оно фиксируется в материализованной форме с помощью знаков и символов.

И когда ученик усваивает, описанную выше, системную ориентировку, основанную на представлениях о месте каждого из понятий в системе других понятий, а также системообразующих связях между ними, она становится уже способом мышления, а именно – системно-понятийным. Благодаря данному способу мышления появляется возможность изучать и самостоятельно усваивать понятия новой темы и формировать о них системные представления на основе уже изученных [7].

Изучение вопросов, связанных с формированием «метапредметных» понятий у школьников и личные наблюдения приводят к некоторым выводам.

Считаем необходимой работу обучающихся с текстами. Школьники изучают различные тексты, при этом делают акцент на изучение не только содержания, но и терминологии, понятий и определений, которые встречаются в текстах. То есть не заучивают понятия, а во время самостоятельных работ вникают в суть и отображают уже не содержание, а продукт мыслительной деятельности – то есть применяют, осознавая все его существенные отличия.

Также важной находим проектную деятельность в основе, которых – изучение метапредметных понятий. Учащиеся работают над определенной темой и создают свои определения и понятия на основе исследований и анализа существующих материалов, и так как знания учащиеся получают в ходе самостоятельного поиска необходимой информации – а они прочнее укрепляются в сознании ученика.

В современном образовательном процессе необходимо использование интерактивных технологий. Современные технологии позволяют создавать интерактивные задания и тесты, например, «iSpring Suite» – программа, позволяющая создавать электронные курсы на базе PowerPoint с последующим сохранением в веб-формат, что помогает в усвоении новых понятий и определений.

Важна для формирования понятийного аппарата и работа в группах. Работа в группах позволяет учащимся обмениваться своими знаниями и опытом, что способствует более эффективному усвоению понятий и определений. Например, как иногда бывает в классах, когда один ученик просит другого объяснить ему некоторую тему – получается развитие двух сторон, где первая получает и осмысляет новое знание, а вторая углубляет свои познания и отчетливее выделяет существенные свойства рассматриваемого объекта или ситуации.

Считаем, что также необходимо приучать обучающихся к использованию различных источников информации. Учащиеся изучают разные источники – такие как учебники, научные статьи, видео и т.д., чтобы получить комплексное понимание понятий и определений. Поэтому педагогу

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

целесообразно предлагать учащемуся список современных источников по материалам изучаемого.

Так, видим, что формирование понятия – это не простое заучивание или запись его в тетради в «готовом виде». Это сложная педагогическая деятельность, направленная на активизацию познавательных процессов учащегося, благодаря чему у него должны формироваться в сознании устойчивые образы изучаемых объектов в взаимосвязи с уже имеющимися. Так, разработка методов и приемов формирования метапредметных понятий является актуальной проблемой в современном образовательном пространстве, нацеленном на метапредметные результаты обучения.

Литература

1. Дмитриев, Д.В. Толковый словарь русского языка / Д.В. Дмитриев. – Москва : АСТ, 2016. – 992 с.
2. Касавин, И.Т. Энциклопедия эпистемологии и философии науки / И. Т. Касавин. – Москва : Канон+, 2009. – 1248 с.
3. Крючкова, Е.А. Метапредметность: формирование понятийных рядов в предметах социально-гуманитарного цикла (История, Обществознание, География) в основной школе / Е.А. Крючкова // Наука и школа. – 2016. – № 5. – С. 24-34.
4. Кузнецов, В.Г. Словарь философских терминов / В.Г. Кузнецов. – Москва : ИНФРА-М, 2005. – 731 с.
5. Кузнецов, С. А. Толковый словарь. В 2 т. Т. 2 / С. А. Кузнецов. – Москва : Русское слово, 2020. – 1504 с.
6. Лазебникова А.Ю. Интеграция учебного содержания предмета «обществознание» в условиях расширяющегося информационного пространства / А.Ю. Лазебникова, Т.В. Коваль // Сб. мат. межд. науч.-практ. конф. «Образовательное пространство в информационную эпоху» (ЕЕИА-2016); под ред. С.В. Ивановой. Москва : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО», 2016. – С. 594–600.
7. Подругина, И.А. Формирование педагогом системно-понятийного мышления учащихся в учебном процессе / И. А. Подругина, О.М. Коломиец // ОБРАЗОВАНИЕ В XXI ВЕКЕ. – Москва : Развитие образования, 2018. – С. 218-227
8. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования : протокол : одобрен решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию. 8 апреля 2015 г, № 1/15 – Текст : электронный // – URL: <https://disk.yandex.com/i/AUXGnfzRick2K/#ixzz3Lse4kNQD>. (дата обращения: 11.05.2024).
9. Селякова, Л.И. Сущностно-содержательная характеристика метапредметных математических понятий в обучении будущих учителей

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

математики и информатики // Л. И. Селякова, К. Э. Матрон // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы VI Междунар.заочной научной конф. (Москва, МПГУ, декабрь 2020г.) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://news.scienceland.ru/>. – С. 339-348.].

10. Скафа Е.И. Эвристические приемы при формировании математических понятий / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – Донецк : Фирма ТЕАН, 2001. – Вып. 15. – С. 68-80.

11. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (базовый уровень) : для 5-9 классов обр. орг. / ФГБНУ «Институт стратегии развития образования». – Москва, 2023. – 106 с.

12. Хуторской А.В. Пять уровней метапредметности / А.В. Хуторской // Народное образование. – 2017. – № 8. – С. 69-80.

13. Хуторской А.В. Метапредметное содержание и результаты образования: как реализовать федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) [Электронный ресурс] Хуторской А.В. // Интернет-журнал «Эйдос». – 2012. – №1. – С. 45-48. – Режим доступа : URL: <http://www.eidos.ru/journal/2012/0229-10.htm>.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Токарев Иван

1 курс, Шахтерский торгово-экономический колледж (филиал)
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики и торговли
имени Михаила Туган-Барановского», г. Шахтерск, Россия
e-mail: tivan7945@gmail.com

Руководитель: Бережная Валерия Александровна
преподаватель математики

Шахтерский торгово-экономический колледж (филиал)
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики и торговли
имени Михаила Туган-Барановского», г. Шахтерск, Россия
e-mail: pushistaV@yandex.ru

СТЕРЕОМЕТРИЯ В КОНДИТЕРСКОМ ИСКУССТВЕ

Как подчеркивает Т.С. Бастрыкина, человек в современном обществе противостоит «возрастающему многообразию различных концепций знания, способов ориентации» [1, с. 3], поэтому «дизайн является наиболее удобной областью для исследования философских и эстетических проблем», так как он изначально возник как ответ на эстетические и ценностные вызовы постиндустриального общества.

В тортах, пирожных и других сладостях важны не только вкусовые свойства, но и их внешний вид. Он должен быть эстетичным и аккуратным. С начала XX века дизайн начали рассматривать как важный и нужный этап в создании массовых вещей. Тогда были сформулированы основные принципы функционализма (простота и выполнение предметом его конкретной функции) и интернационального стиля (предпочтение объема и простора в пространстве путем сочетания баланса и минимализма в декоре) [4, с. 52].

Среди тенденций развития технологии кондитерских изделий в последние годы прослеживается минимализм в дизайне, одним из направлений которого выступают строгие геометрические формы. Из-за огромного количества кондитерских изделий с насыщенным и детализированным дизайном все более актуальным для покупателя становится простой и лаконичный дизайн, способный выделить товар из "толпы" [5, с. 179]. Минимализм в дизайне кондитерских изделий представляет собой не просто стиль, а целый философский подход к созданию продукта. В 2024 году минималистичный дизайн выходит далеко за рамки простого эстетического подхода и становится настоящим искусством взаимодействия. Он позволяет сконцентрироваться на качестве ингредиентов и вкусе торта, не отвлекаясь на излишние декоративные элементы.

Геометрические формы стали популярны в дизайне кондитерских изделий. Использование симметричных и ассиметричных фигур создает

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

уникальные композиции. Такие десерты выглядят современно и привлекательно, добавляя художественный акцент к вкусовому опыту.

Помимо эстетических предпочтений, есть причины, почему предпочтение отдается минимализму в декорировании тортов:

1. Меньше деталей – простота в употреблении.
2. Сила вкуса – главный акцент на вкус, а не внешний вид.
3. Традиция – для некоторых людей минималистский декор торта может быть частью их культурных традиций или семейных обычаев.

В нашем исследовании остановимся на теоретической подготовке при планировании модели кондитерского изделия.

Объём, одна из основных величин, связанная с геометрическими телами. В простейших случаях измеряется числом уместяющихся в теле единичных кубов, т. е. кубов с рёбрами, равными единице длины.

Из школьного курса стереометрии нам известны следующие факты:

1. Объем призмы – это произведение высоты фигуры на площадь ее основания. Объем призмы вычисляется по следующей формуле:

$$V_{\text{призмы}} = S_{\text{осн}} \cdot h, \quad (1)$$

где h – высота призмы, расстояние между её параллельными основаниями;

$S_{\text{осн}}$ – площадь основания призмы;

$V_{\text{призмы}}$ – объем призмы.

2. Объем куба рассчитывается по формуле

$$V_{\text{куба}} = a^3, \quad (2)$$

где a – длина ребра куба;

$V_{\text{куба}}$ – объем куба.

3. Объем пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту. Формула объёма пирамиды:

$$V_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h, \quad (3)$$

где h – высота пирамиды;

$S_{\text{осн}}$ – площадь основания пирамиды.

Отдельно рассмотрим один из вариантов вывода формулы объема пирамиды, наглядно демонстрирующий ее связь с объемом призмы, построенной на равном основании и равной высоты с пирамидой.

Вывод формулы разобьем на два этапа и примем за уже известный факт формулу объема призмы.

Этап 1. Сначала докажем эту теорему для пирамиды треугольной.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

На основании треугольной пирамиды S_{ABC} (см. рис. 1 (а)) построим такую призму S_{ABCDE} , у которой высота равна высоте пирамиды, а одно боковое ребро совпадает с ребром SB . Покажем, что объём пирамиды составляет третью часть объёма этой призмы. Отделим от призмы данную пирамиду. Тогда останется четырёхугольная пирамида $SADEC$ (см. рис. 1 (б)). Проведём в ней секущую плоскость через вершину S и диагональ основания DC . Получившиеся от этого две треугольные пирамиды имеют общую вершину S и равные основания (DEC) и (DAC) , лежащие в одной плоскости; значит, пирамиды эти равновелики. Сравним одну из них, именно $SDEC$, с данной пирамидой. За основание пирамиды $SDEC$ можно взять $\triangle SDE$; тогда вершина её будет в точке C и высота равна высоте данной пирамиды. Так как $\triangle SDE = \triangle ABC$, то пирамиды $SDEC$ и $SABC$ равновелики.

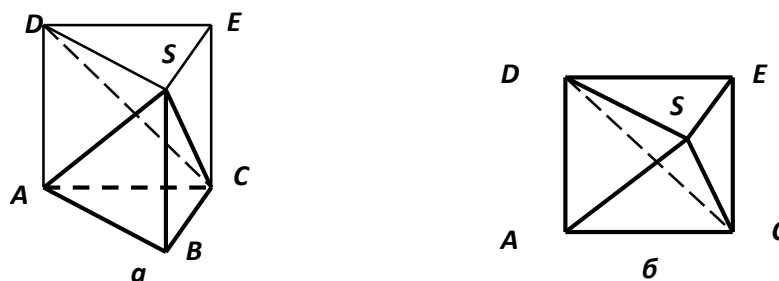


Рисунок 1 – Треугольная пирамида S_{ABC} (а);
четырёхугольная пирамида $SADEC$ (б)

Призма $ABCDES$ нами разбита на три равновеликие пирамиды: $SABC$, $SDEC$ и $SDAC$. Такому разбиению, можно подвергнуть всякую треугольную призму. Таким образом, сумма объёмов трёх пирамид, равновеликих данной, составляет объём призмы; следовательно,

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} V_{SDEABC} = \frac{S_{ABC} \cdot h}{3} = \frac{1}{3} \cdot S_{осн} \cdot h, \quad (4)$$

где $S_{осн} = S_{ABC}$ – площадь основания призмы;

h – высота пирамиды.

Этап 2. Рассмотрим пирамиду $SA_1A_2...A_n$ (см. рис. 2).

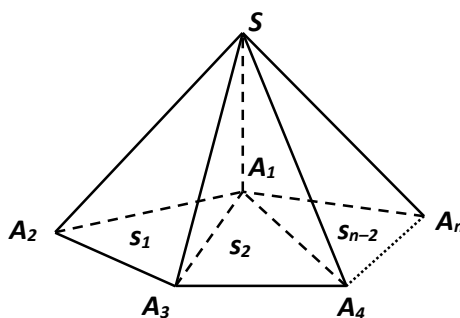


Рисунок 2 – Пирамида $SA_1A_2...A_n$

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Основанием которой является некоторый n -угольник $A_1A_2...A_n$. Через вершину A_1 основания многоугольной пирамиды проведём диагонали A_1A_i , где i принимают значение от 3 до $n - 1$ (несмежные вершины).

Затем через ребро SA_1 и каждую из этих диагоналей проведём секущие плоскости. Тогда многоугольная пирамида разобьётся на несколько треугольных, имеющих высоту, общую с данной пирамидой. Обозначив площади оснований треугольных пирамид через $s_1, s_2, ..., s_n$ и высоту через h , будем иметь:

$$\begin{aligned} V_{SA_1...A_n} &= \frac{1}{3} \cdot s_1 \cdot h + \frac{1}{3} \cdot s_2 \cdot h + ... + \frac{1}{3} \cdot s_{n-2} \cdot h = \\ &= \frac{1}{3} \cdot (s_1 + s_2 + ... + s_{n-2}) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot S_{A_1...A_n} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot S_{осн} \cdot h \end{aligned} \quad (5)$$

где $S_{осн}$ – площадь основания пирамиды;

h – высота пирамиды.

Подчеркивая чистоту линий, элегантность форм и функциональность макета будущего изделия мы остановились на форме куба.

Куб является правильным многогранником и является частным случаем параллелепипеда и призмы. Следовательно, для фигуры выполняется исследованное ранее соотношение объема призмы и пирамиды, у которой основание совпадает с основанием призмы, а высоты фигур соответственно равны.

Разобьем куб на три равных пирамиды следующим образом. Основные отрезки, через которые будет проходить разделение: диагональ куба (по определению, отрезок, соединяющий две противоположные вершины, не принадлежащие одной грани), и три диагонали граней куба (диагонали квадратов, являющихся гранями), являющихся гранями трехгранного угла, вершина которого – один из концов грани куба (см. рис. 3 (а)).

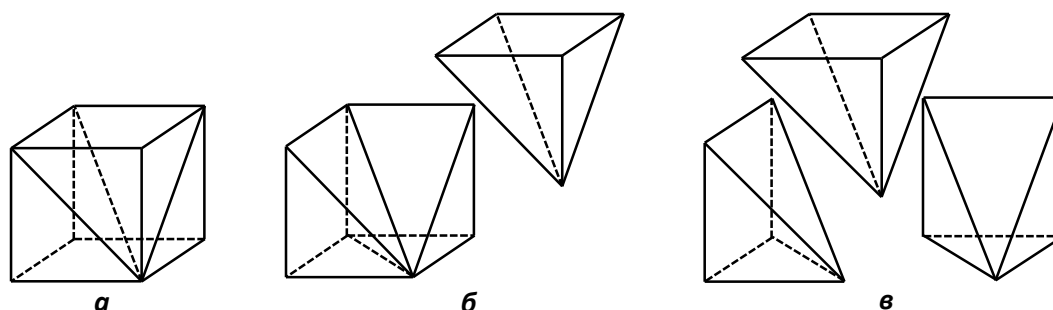


Рисунок 3 – Разбиение куба на три равных пирамиды

Поэтапно отделим каждую пирамиду. Основанием первой будет та грань куба, тремя вершинами которой являются концы отрезков диагонали

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

куба и двух диагоналей граней куба, не учитывая их общую точку, а высотой – ребро куба с концами в общей точке отмеченных диагоналей и в четвертой вершине грани основания (см. рис. 3 (б)). В оставшейся фигуре проведем секущую плоскость через диагональ изначального куба и ранее не задействованную диагональ грани куба (см. рис. 3 (в)). Пирамиды равны, так как имеют равные основания, являющиеся гранями изначального куба и высоты – ребра изначального куба, опущенные под прямым углом к основаниям в точку вершины основания. Представим также развертку поверхности пирамиды (см. рис. 4)

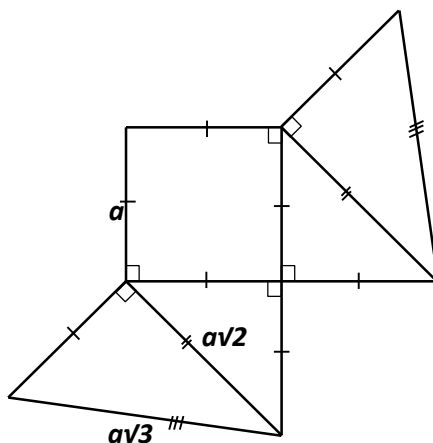


Рисунок 4 – Развертка пирамиды к модели

Таким образом, используя свойство объема, гласящее, что «если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел» [3, с. 117], получим наглядный пример, иллюстрирующий формулу объема пирамиды и наглядно демонстрирующий ее связь с объемом призмы, построенной на равном основании и равной высоты с пирамидой (см. рис. 5).

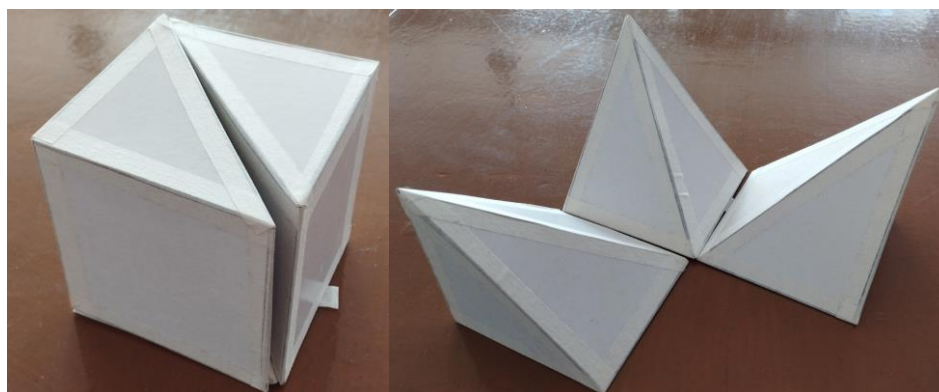


Рисунок 5 – Материальная модель к теореме

Сложно переоценить роль математики в кулинарии. Все этапы приготовления пищи (от закупки ингредиентов и также расходов бюджета до расчета срока годности изделия) требуют математические знания.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Для приготовления какого-либо блюда необходимо соблюдать рецепт, в котором указывается точное соотношение продуктов. Никак не обойтись без использования пропорций. При взвешивании продуктов в кулинарии используются математические величины: масса и объём. Также одним из посредников приготовления блюд являются единицы времени, которые играют важную роль в процессе приготовления.

Проведенное исследование позволит в профессиональной деятельности не только использовать предметные математические знания для приготовления десертов в стиле минимализм с преобладанием геометрических фигур, но и технически рассчитать объем необходимых ингредиентов для приготовления, рассчитать содержащееся в кондитерском изделии количество калорий. Примером может послужить пирожное, являющееся комбинацией бисквитной основы из коржей двух типов, соединенных различной кремовой массой и желе в соотношении 1 : 1 : 1 согласно описанной в статье форме составного куба.

Литература

1. Бастрыкина Т. С. Формообразование как проблема философско-эстетического исследования (на материале дизайна костюма) : дис. ... канд. филос. наук : 09.00.04 / Бастрыкина Татьяна Станиславовна ; Моск. гос. ун-т сервиса. – Москва, 2000. – 159 с.
2. Емельянова Л. К. Практическое применение математики в кулинарии [Электронный ресурс] / Л. К. Емельянова, Л. Ф. Маслакова // Теория и практика современной науки. – 2017. – № 5(23). – С. 284-286. – Режим доступа : URL: <https://sciup.org/140271558>
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Л. С. Атанасян и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 287 с.
4. Стародубова П. И. Особенности дизайна как социального явления [Электронный ресурс] / П. И. Стародубова // Вестник Науки и Творчества. – 2021. – № 5(65). – С. 51-55. – Режим доступа : URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_46246336_13180215.pdf
5. Субцельная А. А. Современные мировые тренды дизайна упаковки кондитерской отрасли [Электронный ресурс] / А. А. Субцельная, В. С. Голик // Менеджмент и маркетинг: опыт и проблемы : Сборник научных трудов. К 90-летию Белорусского государственного экономического университета. – Минск : А. Н. Вараксин, 2023. – С. 179-184. . – Режим доступа : URL: http://edoc.bseu.by:8080/bitstream/edoc/99198/1/Subtselnyaya_179_184.pdf

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1. ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ.....	4
Коростелева А.А. (Руководитель: Горбатова Л.А.)	
РАЗЛИЧНЫЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В МЕТАЛЛУРГИИ.....	5
Марченко Д.Е. (Руководитель: Бабичева М.В.)	
ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ РЕГРЕССИИ В ЗАДАЧАХ БИНАРНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ.....	12
Медведев Я.В. (Руководитель: Бабичева М.В.)	
ЗАДАЧА ДИСКРЕТНОГО ЛОГАРИФМИРОВАНИЯ В КРИПТОАНАЛИЗЕ СИСТЕМ АСИММЕТРИЧНОГО ШИФРОВАНИЯ.....	17
Панин Д.А. (Руководитель: Горбатова Л.А.)	
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ – ПРОСТО О СЛОЖНОМ.....	23
Пашковский А.Э. (Руководитель: Коняева Ю.Ю.)	
ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ.....	27
Погоржельская А.А. (Руководитель: Коркишко В.В.)	
ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В АСТРОНОМИИ И АСТРОФИЗИКЕ.....	30
 СЕКЦИЯ 2. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.....	 34
Ван Амеронген Р.Р. (Руководитель: Сухинина О.А.)	
БАЛАНСОВАЯ МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА.....	35
Горлова Е.Д. (Руководитель: Сухинина О.А.)	
ИССЛЕДОВАНИЕ ЭТАПОВ ПОСТРОЕНИЯ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.....	43
Криворотов Д.Н. (Руководитель: Колесник Л.И.)	
ПЕРСПЕКТИВЫ СОТРУДНИЧЕСТВА ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ И РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ В СФЕРЕ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА.....	45
Матюшина М.А. (Руководитель: Гладкова Л.А.)	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ЛИКВИДНОСТЬЮ БАНКА.....	51
Прохоренко К.Д. (Руководитель: Гладкова Л.А.)	
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ.....	56
Сайбель В.А. (Руководитель: Сухинина О.А.)	
МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ.....	61
Самарская Е.А. (Руководитель: Гладкова Л.А.)	
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РЕКЛАМА.....	65

Тимошенко В.С. (Руководитель: Сухинина О.А.) ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛАГРАНЖА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.....	68
Фоменко В.О. (Руководитель: Сухинина О.А.) ПОСТРОЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С УЧЕТОМ КОНЪЮНКТУРНЫХ КОЛЕБАНИЙ.....	71

СЕКЦИЯ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ХИМИИ, БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ..... 75

Баринова Ю.Ю. (Руководитель: Горбатова Л.А.) УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.....	76
Белецкая В.А. (Руководитель: Зыза А.В.) ПЕРПЕНДИКУЛЯР НА ЛИНЕЙНУЮ ОБОЛОЧКУ ВЕКТОРОВ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ О РАСТВОРИМОСТИ СУЛЬФАТА ЛАНТАНА.....	80
Зинченко О.А. (Руководитель: Мазнев А.В.) ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ХИМИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ.....	84
Ковга Е.В., Мацко В.А. (Руководитель: Бадак Б.А.) МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ХИМИИ И МЕДИЦИНЕ.....	87
Кравчук Е.А. (Руководитель: Дробышев Е. Ю.) ОЦЕНКА ГЕМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УЧАЩИХСЯ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.....	91
Купавых Я.Н. (Руководитель: Горбатова Л.А.) НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ХИМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЯХ.....	94

СЕКЦИЯ 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ..... 100

Аллахвердиева А.Ф. (Руководитель: Селякова Л.И.) ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КУРС ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ.....	101
Баринская О.Б. (Руководитель: Гончарова И.В.) ОБЗОР ОНЛАЙН-ПЛАТФОРМ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ДИАЛОГОВЫХ ТРЕНАЖЕРОВ.....	105
Власенко И.С. (Руководитель: Машаров П.А.) ВИЗУАЛИЗАЦИЯ И НАХОЖДЕНИЕ ЦИЛИНДРА МАКСИМАЛЬНОГО ОБЪЁМА ПРИ ПОМОЩИ MAPLE.....	109
Ганина М.И. (Руководитель: Панченко А.В.) ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В РАБОТЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ...	114

Ерошенко Е.В. (Руководитель: Гончарова И.В.) ОПЫТ РАЗРАБОТКИ ОДНОГО УРОКА МАТЕМАТИКИ В ТРЕХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОНЛАЙН-КОНСТРУКТОРАХ.....	117
Костюк Д.А. (Руководитель: Прач В.С.) УСТНЫЙ СЧЕТ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ УМСТВЕННЫХ СПОСОБНОСТЕЙ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ.....	123
Паламарчук Ю.И. (Руководитель: Гребенкина А.С.) ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОМ ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ.....	126
Рудакова А.Е. (Руководитель: Гребенкина А.С.) ВИЗУАЛИЗАЦИЯ В РЕШЕНИИ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ.....	130
Рузин В.А. (Руководитель: Сухинина О.А.) СОВРЕМЕННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК НОВЫЙ СПОСОБ ПОДАЧИ МАТЕМАТИКИ.....	134
Станиславчик Д.Е. (Руководитель: Прач В.С.) ДОСТИЖЕНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ ПО ТЕМЕ «СЛОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ».....	139
Шурхаева Ю.И. (Руководитель: Манжос Н.В.) ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНО- ЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.....	144
Янчук А.И. (Руководитель: Прач В.С.) РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....	150
СЕКЦИЯ 5. МАТЕМАТИКА В ГУМАНИТАРНЫХ ПРОФЕССИЯХ.....	154
Абидов Р.Т. (Руководитель: Назаров А. П.) МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ПУЛАТ ДЛЯ ОБ- ЛЕГЧЕНИЯ ТРУДА УЧИТЕЛЯ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ КОНТРОЛЬНЫХ РА- БОТ ПО МАТЕМАТИКЕ.....	155
Аркадьева О.В. (Руководитель: Прач В.С.) ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ «ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ» В ОБУЧЕНИИ ДЕТЕЙ С ОВЗ.....	161
Барковская С.В. (Руководитель: Абраменкова Ю.В.) ИЗУЧЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КАК МАТЕМАТИ- ЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ.....	167
Брызкало А.О. (Руководитель: Евсеева Е.Г.) ПРИМЕНЕНИЕ МЕНТАЛЬНЫХ КАРТ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОНЯТИЙ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ.....	171

Быкова А.А. (Руководитель: Евсеева Е.Г.) ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ПРОЕКТОВ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ.....	178
Иванова Е.А. (Руководитель: Пирютко О.Н.) РАЗВИТИЕ МЕТОДИЧЕСКОЙ ТЕРМИНОЛОГИИ УЧИТЕЛЯ В РАМКАХ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....	186
Козловская Е.А. (Руководитель: Пирютко О.Н.) АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ УГЛА МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ.....	190
Полупанов В.А. (Руководитель: Скафа Е.И.) ОСОБЕННОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ШКОЛЬНИКОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИИ.....	195
Полупанова Е.А. (Руководитель: Селякова Л.И.) МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ: СУЩНОСТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ.....	200
Токарев И.Д. (Руководитель: Бережная В.А.) СТЕРЕОМЕТРИЯ В КОНДИТЕРСКОМ ИСКУССТВЕ.....	207

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Математика в профессиональной деятельности

материалы VI Международной. студенч. науч.-практ. конф.
(г. Донецк, 15 мая 2024 г.)

Редакционная коллегия:

Е.Г. Евсеева, Ю.Ю. Коняева, Л.А. Гладкова, Е.В. Тимошенко,
Ю.В. Абраменкова, А.В. Панченко

Издательство ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
283055, Донецк, ул. Университетская, 24

Подписано к печати 05.11.2024 г. Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Условн. печ. лист.25,2. Тираж 100 экз. Заказ № 492
ноябрь
